

# EPFL

Cours Electrotechnique I :

2. Conventions et symboles :

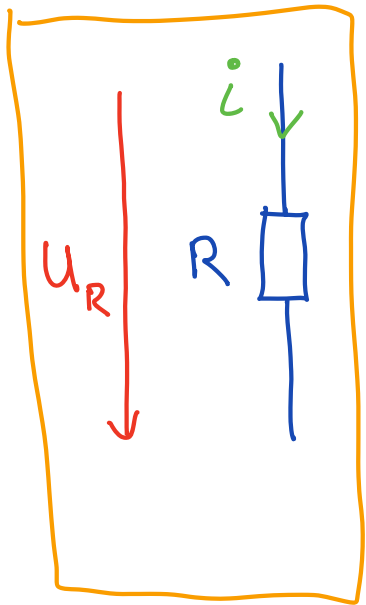
→ Concepts

Ex : Courant :  $i$ ,  $I$ ,  $\hat{I}$ ,  $\overset{\sim}{i}$ ,  $\bar{I}$ ,  $\underline{I}$

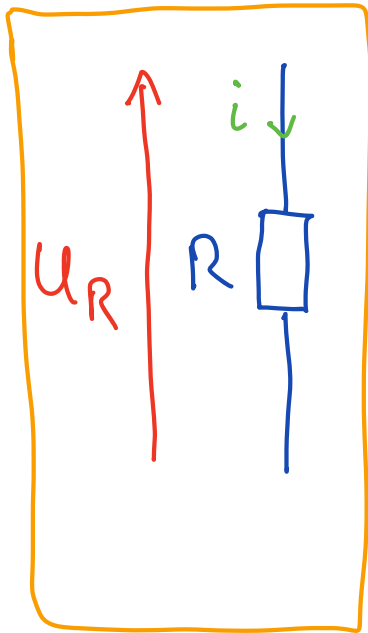
unité : [A]

Relations :  $U = R \cdot I$   
 $u = R \cdot i$

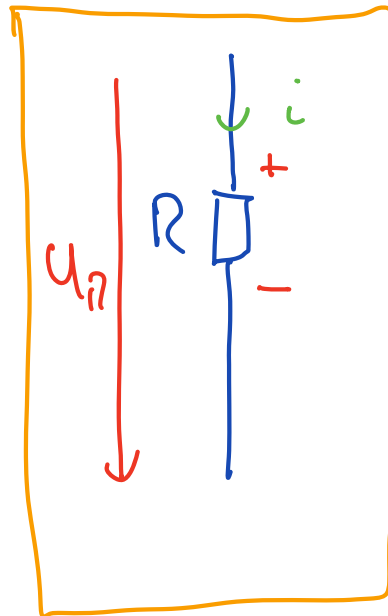
choix : Convention Noter



International



France



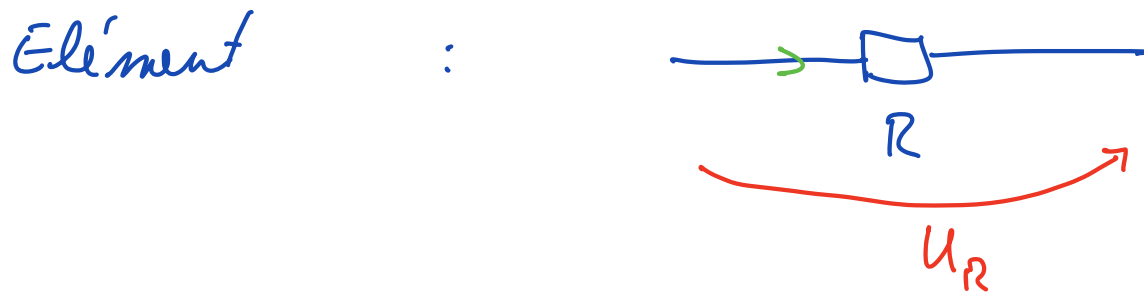
USA, B

$$P_R = R \cdot I^2 = UI = \text{positive}$$

2.2 Représentation graphique :

Conducteur parfait :

Conducteur avec un courant :

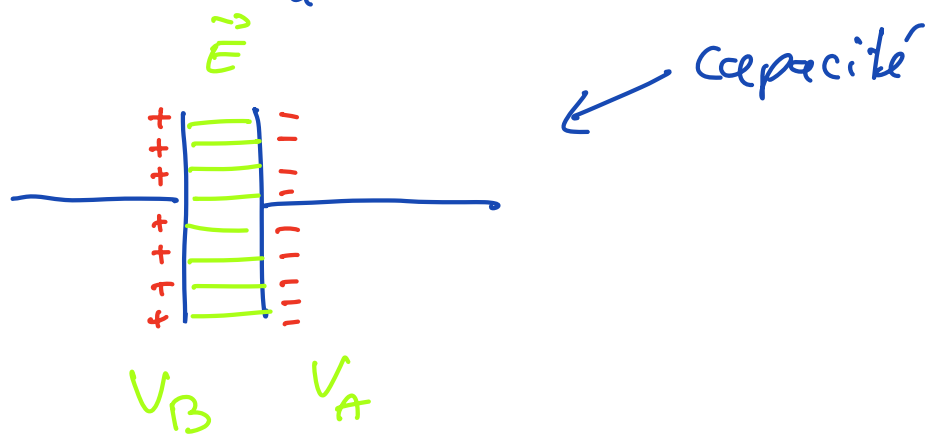


### 3. Lois fondamentales :

Champ électrique :

Différence de potentiel électrique

$$V_A - V_B = \int_a^b E \, dl = U_{ab}$$



### 3.2.19 La Capacité :

Définition : Charge électrique :  $Q$

capacité :  $C = \frac{Q}{U_{ab}}$   $[F]$   
(Farad)

Symbole : 

3.3 Courant électrique :

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad [A]$$

$j$  = Densité de courant  $[A/m^2]$

3.34 Pertes Joule

$$P = R \cdot I^2 \quad [W]$$

$$P = \int_V j \, dV_{cu}$$

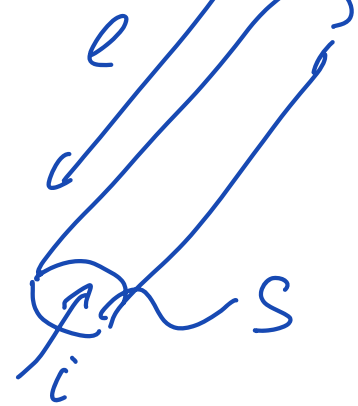
3.3.6 Résistance :

b



$$R_{ab} = \int_a \rho \frac{dl}{S}$$

↑  
résistivité' [ $\Omega m$ ]

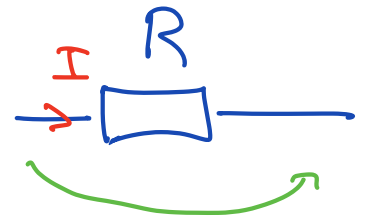


Si on a un milieu homogène et  
S est cste :

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} \quad [\Omega]$$

3.3.8 Loi d'Ohm :

$$U_{ab} = R_{ab} \cdot I$$



(Tension et le courant sont constants)  $U_{ab}$

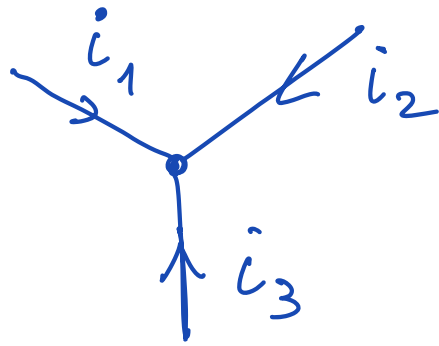
$$u_{ab} = R_{ab} \cdot i$$

(Tension et le courant sont variables)

3.3.11 Lois de Kirchhoff :

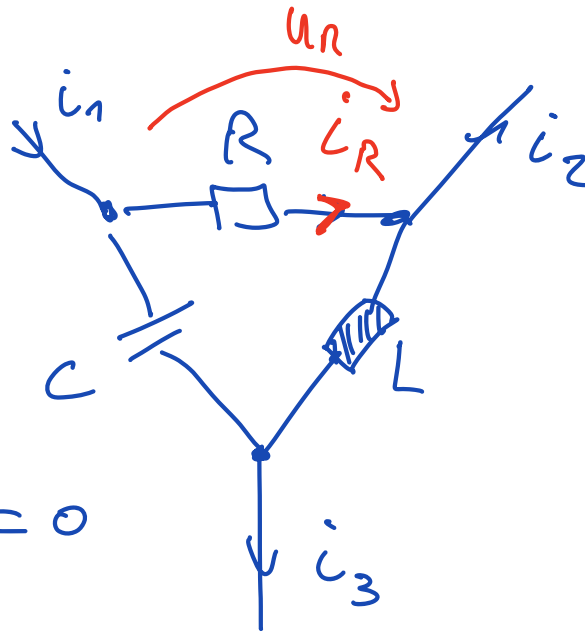
Noeud : Pt de convergence d'au moins 3 conducteurs

$$\underline{\sum i_j = 0}$$



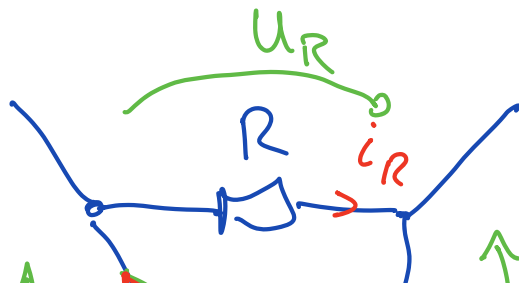
$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Noeud généralisé :



$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Maille : Ensemble de branche partent d'un noeud pour y revenir



$$\underline{\sum U_j = 0}$$



$$U_R - U_L + U_C = 0$$

3.4 Inductance :

$$U = L \frac{di}{dt}$$

$$\begin{aligned} \vec{\text{Rot}} \vec{H} &= \vec{j} \\ \vec{\text{Rot}} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{aligned}$$

Crée une tension en fonction de la variation du courant

3.5 La Capacité

$$C = \frac{Q}{U_{ab}}$$

$$Q = \int i dt$$

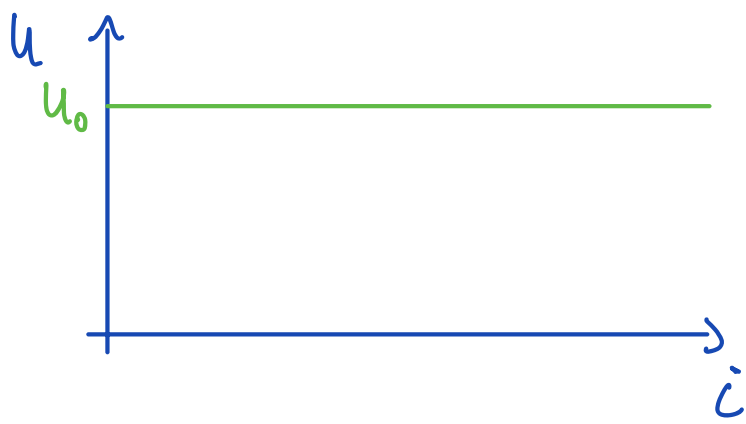
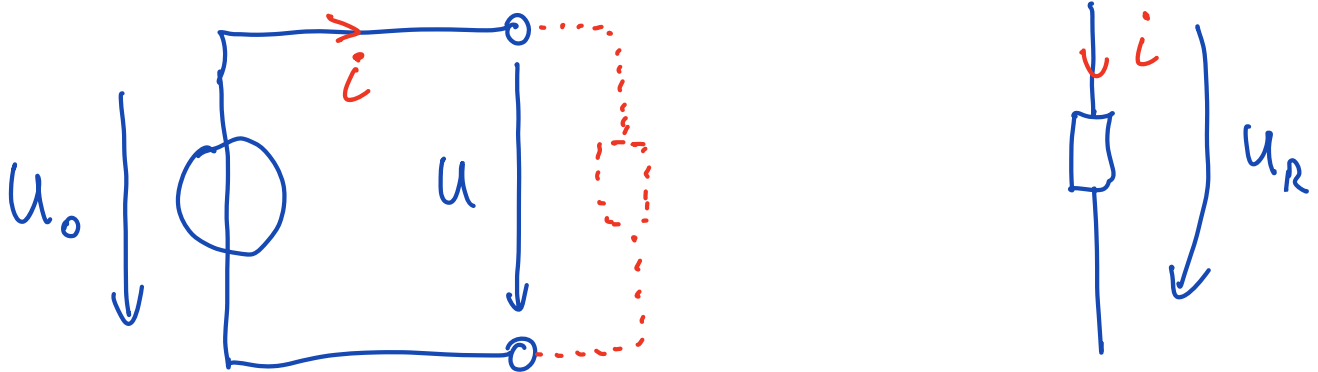
$$U_{ab} = \frac{1}{C} \int i dt$$

## 4. Eléments de circuit :

4.1 Définition : Dipôle : circuit qui possède 2 bornes

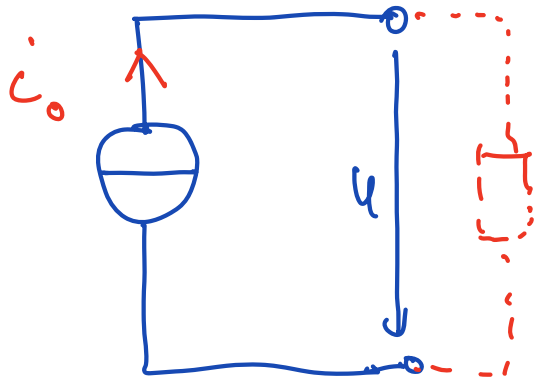
4.2 Sources de tension et courant :

a) Source de tension idéale :

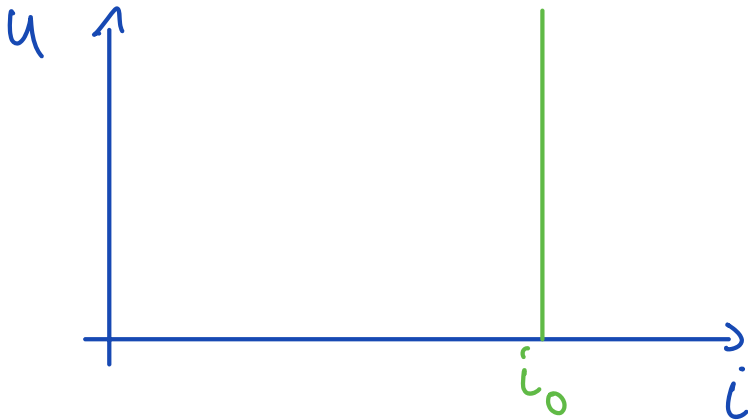


c'est un élément virtuel et inexistant dans la nature

b) Source de courant idéal :

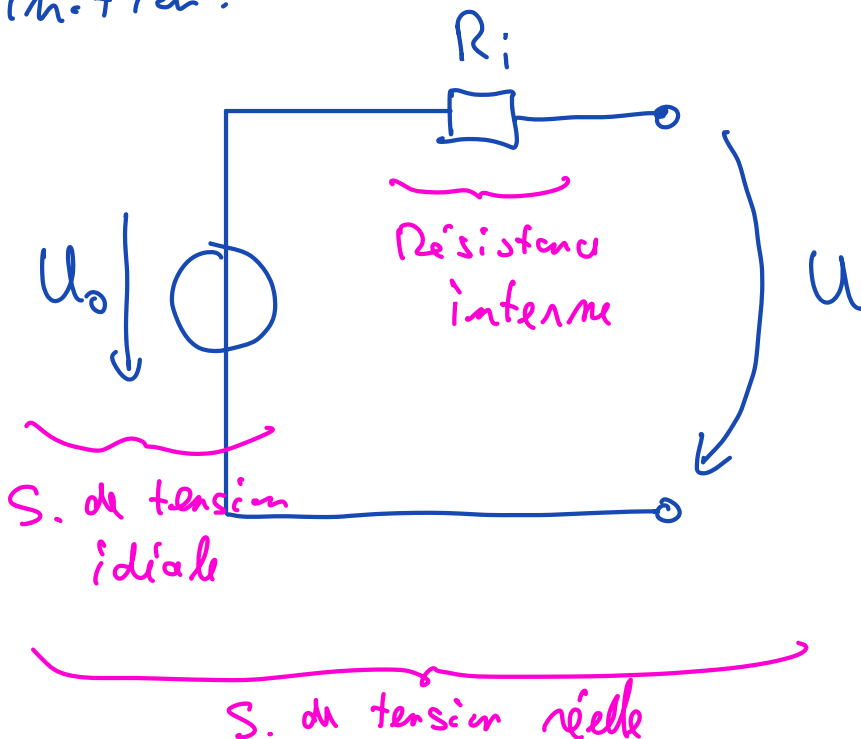


élément idéal  
inexistent dans  
la nature



4.2.5 Source de tension réelle :

Définition :



$U_0$  : Tension à vide (pas de charge connecté)

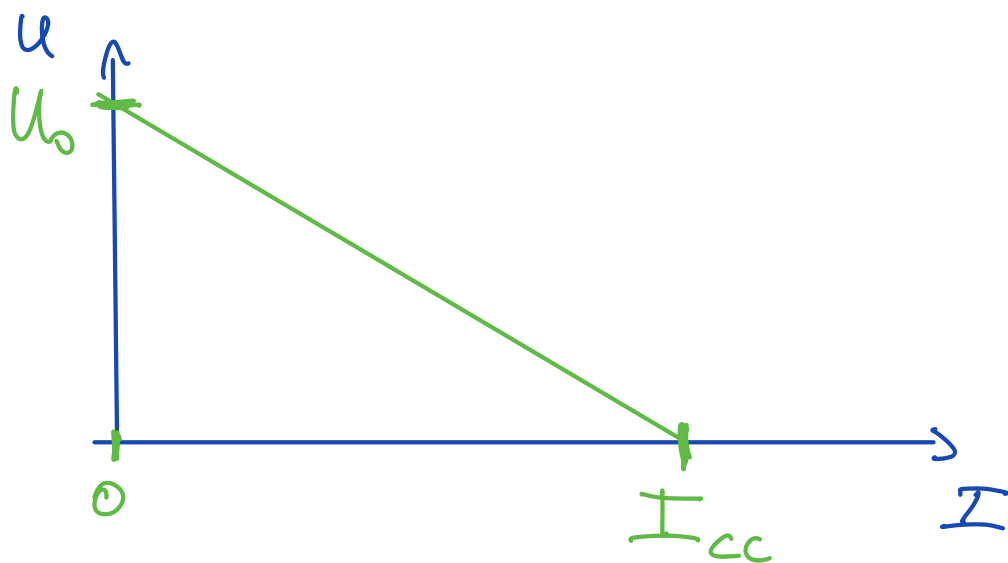
$R_i$  : Résistance interne

$U$  : Tension de la source réelle

$$\sum U = 0$$

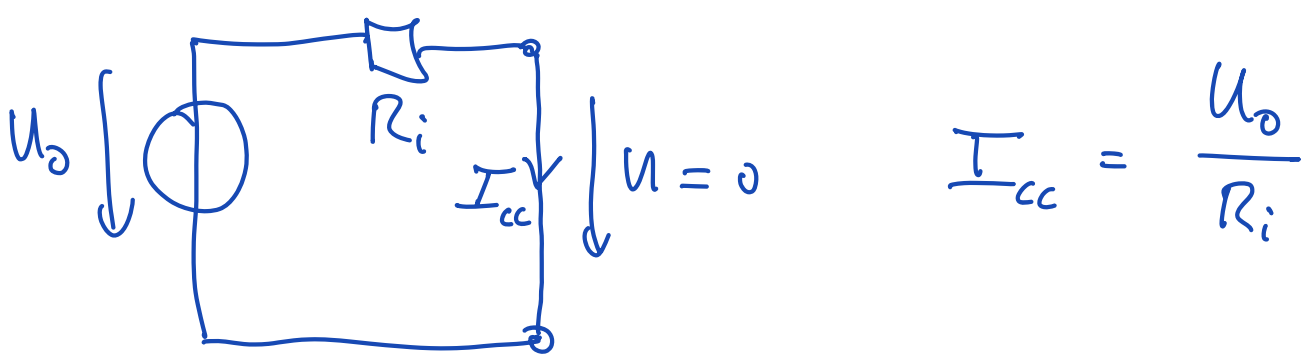
$$\rightarrow -U_0 + R_i \cdot I + U = 0$$

$$\underline{\underline{U = U_0 - R_i I}}$$

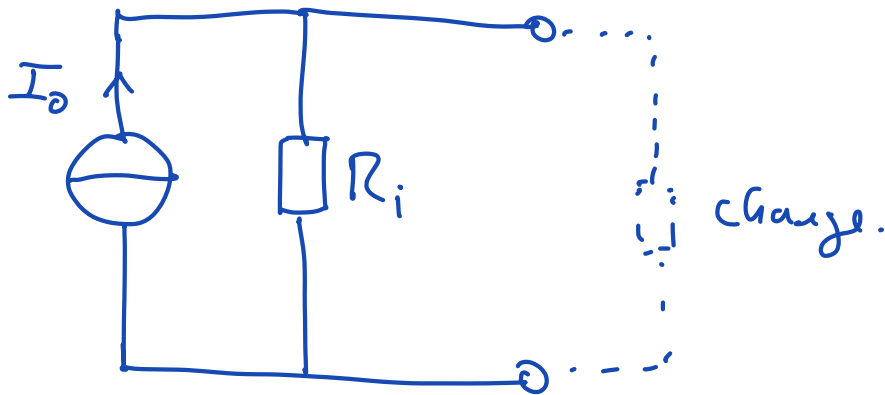


$I_{cc}$  = courant - court circuit

Si on est en court-circuit :





#### 4.2.6 Source de courant réel :




#### 4.3 Éléments de base :

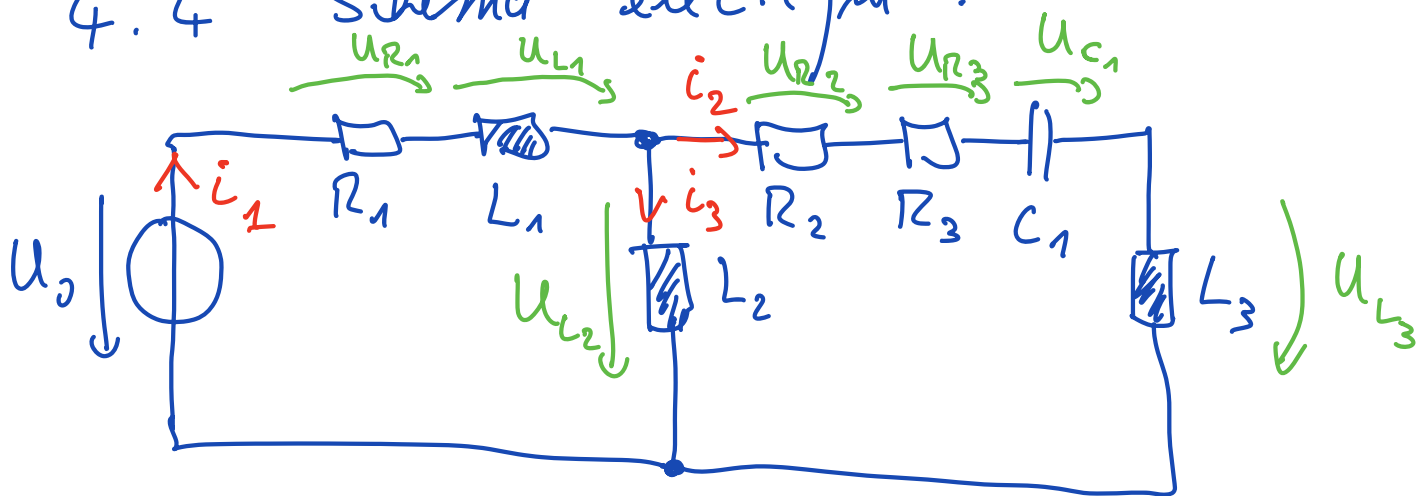
Résistance : 

Inductance :   
 (  )

Capacité :   
 $C$

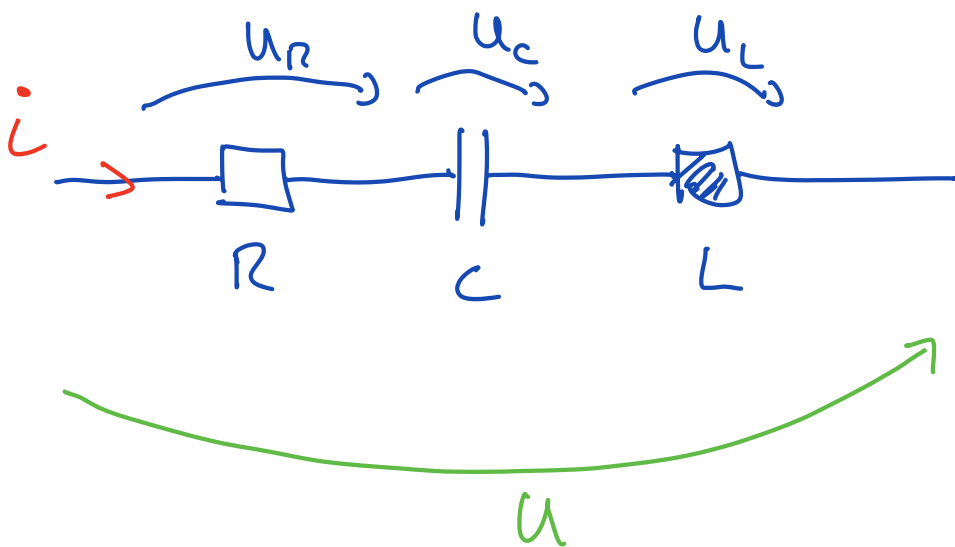
Rappel :  $U_L = L \frac{di}{dt}$  en continu  $U_L = 0$   


#### 4.4 Schéma électrique :



### 5. Combinaison simple d'éléments linéaires

#### 5.2 Mise en série :

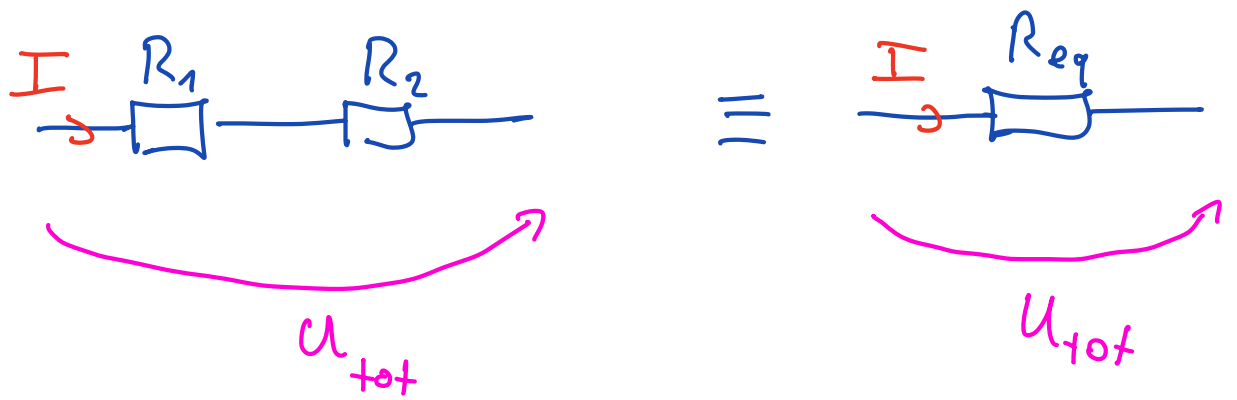


Série : parcouru par le même courant

$$i_R = i_C = i_L$$

$$u = u_R + u_C + u_L$$

### 5.2.2 Mise en série de R :



$$U_{\text{tot}} = U_{R_1} + U_{R_2}$$

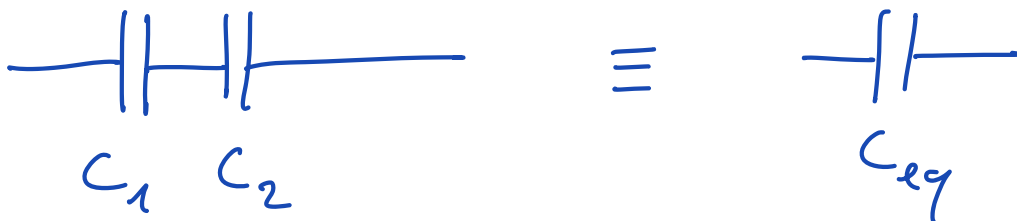
$$= R_1 \cdot I + R_2 \cdot I$$

$$U_{\text{tot}} = U_{R_{\text{eq}}}$$

$$U_{\text{tot}} = \underbrace{(R_1 + R_2)}_{R_{\text{eq}}} \cdot I$$

Série  $R_{\text{eq}} = \sum_{k=1}^m R_k$  ( $m = \text{nb de } R \text{ en série}$ )

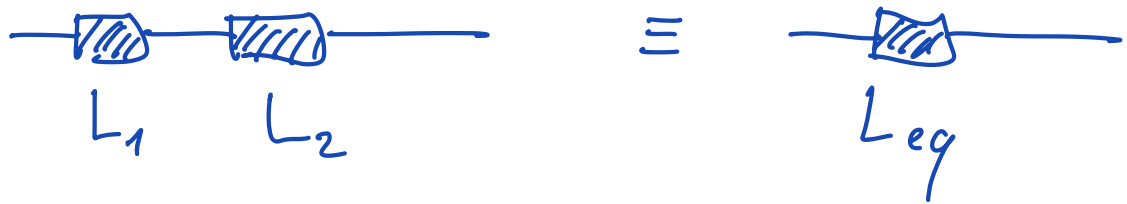
### 5.2.3 Mise en série des C



Série  $C_{\text{eq}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{C_k}}$  ( $m = \text{nb de } C$ )

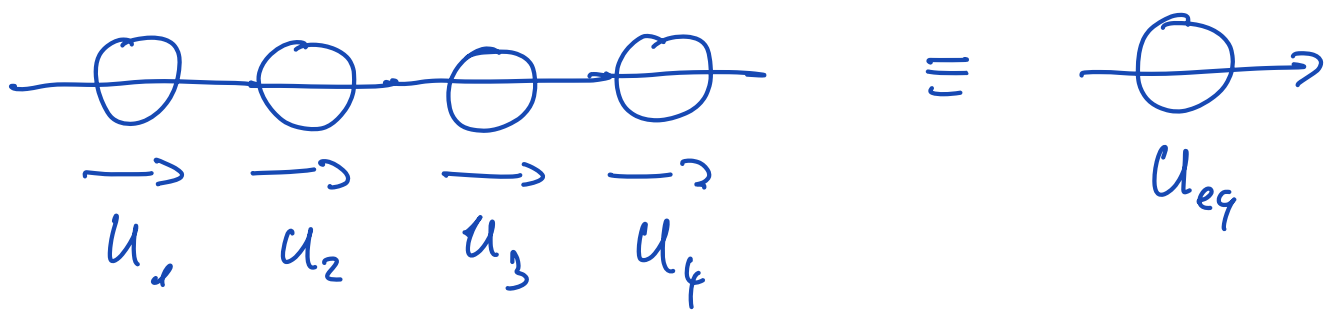
$$\sum_{k=1}^m C_k$$

### 5.2.6 Mise en série des L

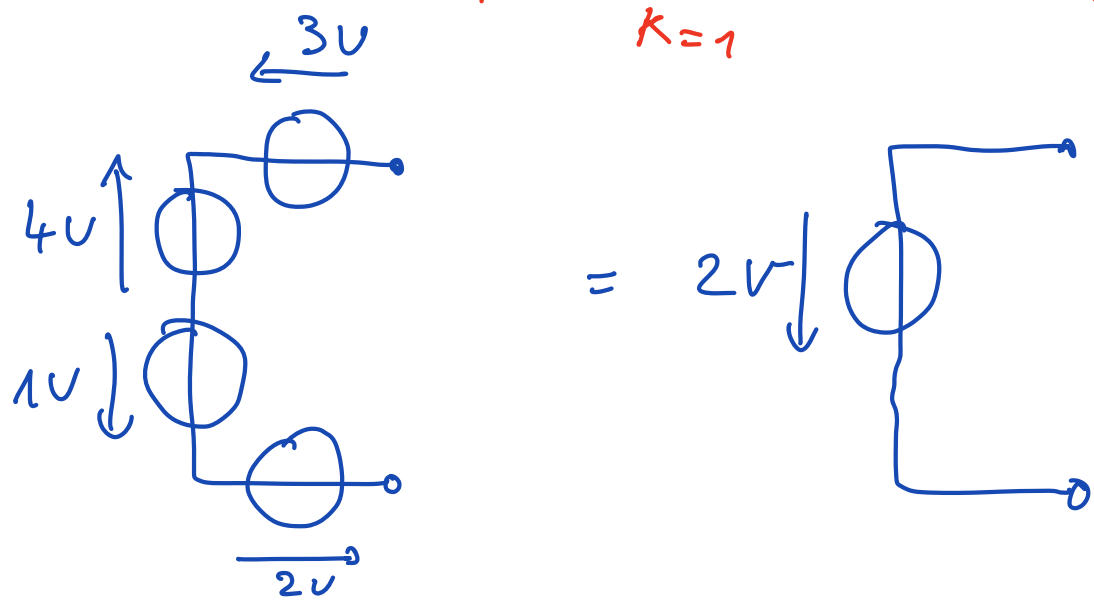


Série : 
$$L_{eq} = \sum_{k=1}^m L_k \quad (m = nb \text{ de } L)$$

### 5.2.7 Mise en série des source de tension :



Série 
$$U_{eq} = \sum_{k=1}^m U_k \quad (m \text{ sources})$$

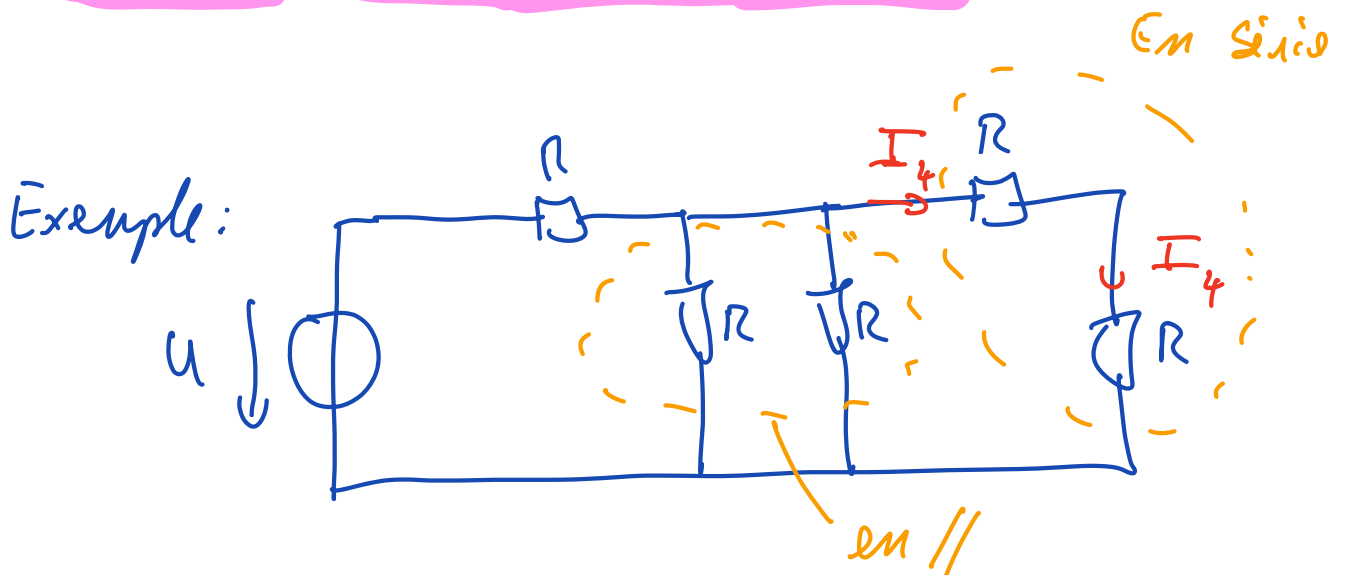
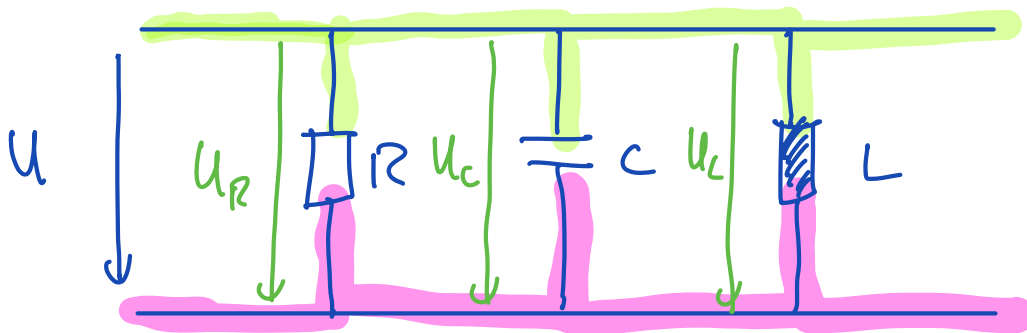


## 5.2.9 Mise en série des sources de courant

$\Rightarrow$  Impossible sauf si toutes les sources ont la même valeur!

## 5.3 Mise en parallèle :

Définition : Toutes les bornes des éléments sont au même potentiel



5.3.2 Rése en // des R :



$$R_{eq} = \frac{1}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{R_k}}$$

$m = nb$  de R

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \underline{\underline{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}}$$

5.3.5 Rése en // des C :

$$C_{eq} = \sum_{k=1}^m C_k$$

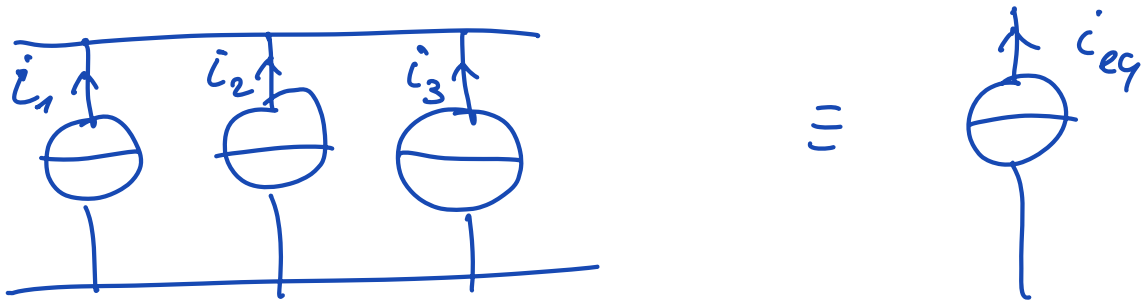
$m = nb$  de C

5.3.6 Rése en // des L :

$$L_{eq} = \frac{1}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{L_k}}$$

$m = nb$  de L

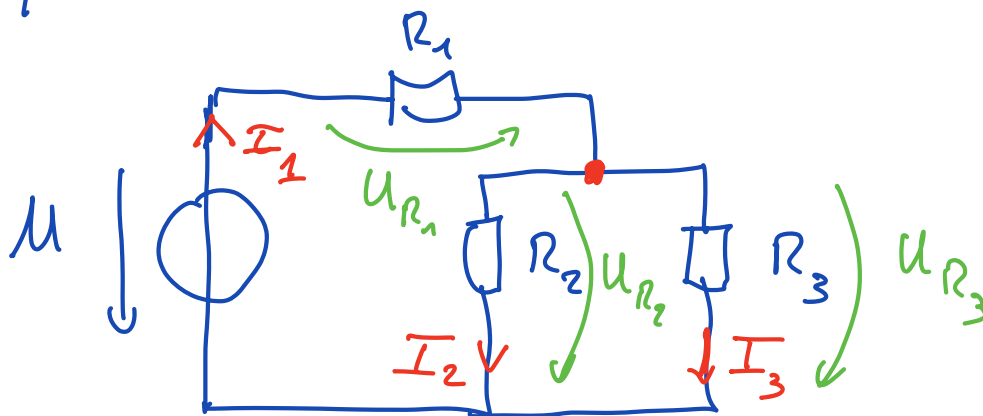
### 5.3.7 Mise en // des sources de courant.



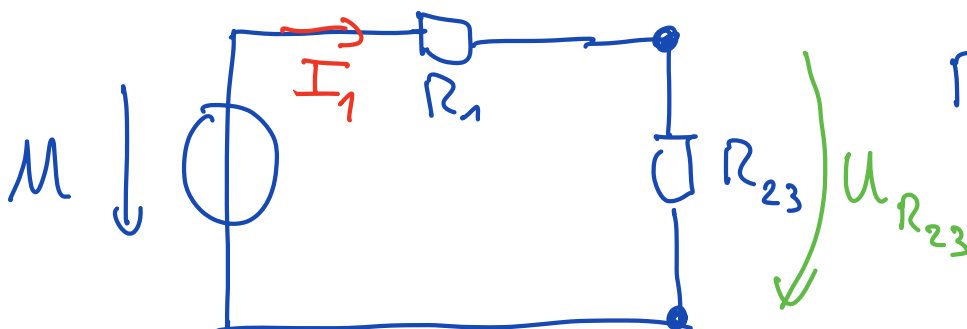
$$i_{\text{tot}} = i_{eq} = \sum_{k=1}^m i_k$$

Mise en // des sources de tensions est impossible !  
 Sauf si toutes les tensions ont même valeur !

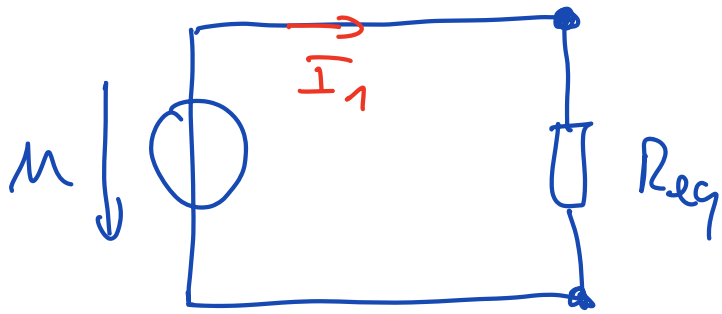
### 5.4 Circuits Combinés :



$$I_1 = I_2 + I_3$$



$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$



$$R_{eq} = R_1 + R_{23}$$

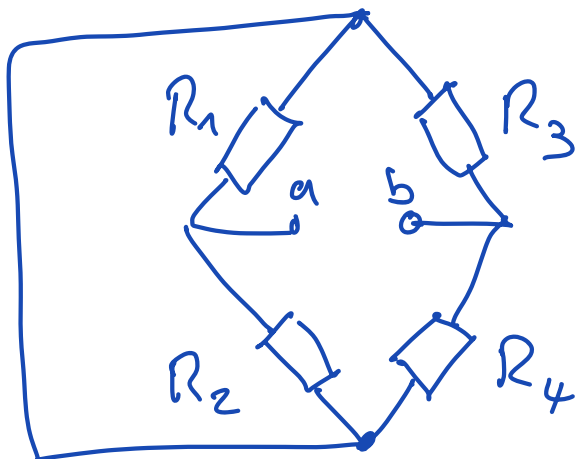
$$U = R_{eq} \cdot I_1 \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{U}{R_{eq}}$$

$$U_{R_1} = U_{R_3} = U_{R_{23}}$$

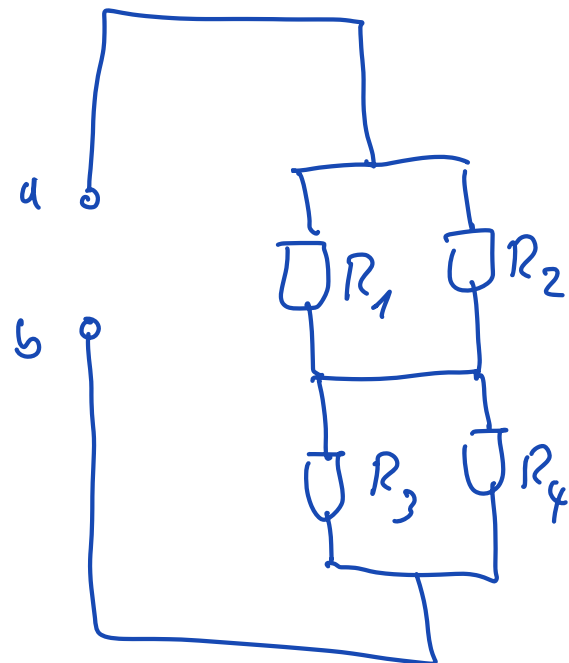
$$U_{R_{23}} = R_{23} \cdot I_1 = U_{R_2}$$

$$I_2 = \frac{U_{R_2}}{R_2}$$

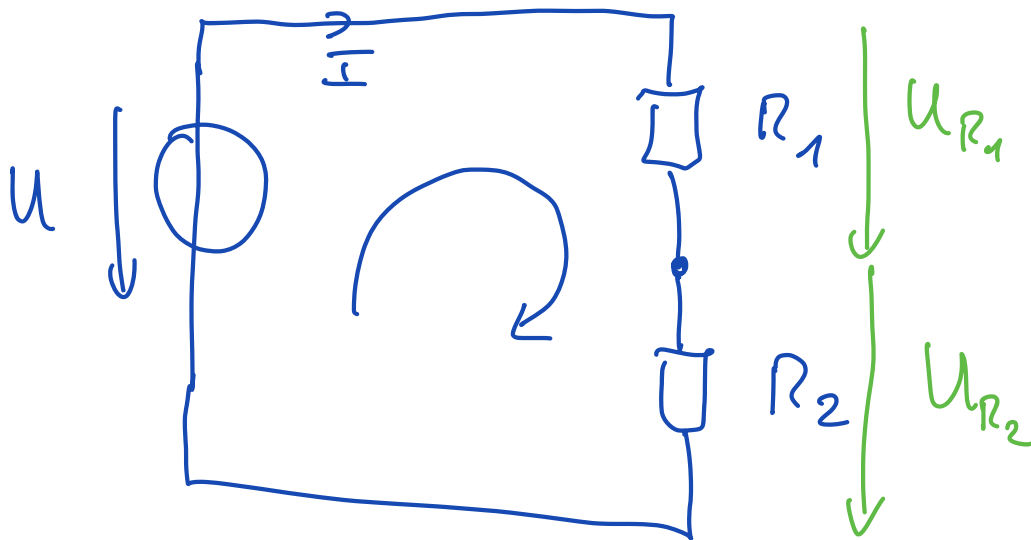
5.4.3 Example :



$\equiv$



### 5.5.1 División de tensión:



$$-U + U_{R_1} + U_{R_2} = 0$$

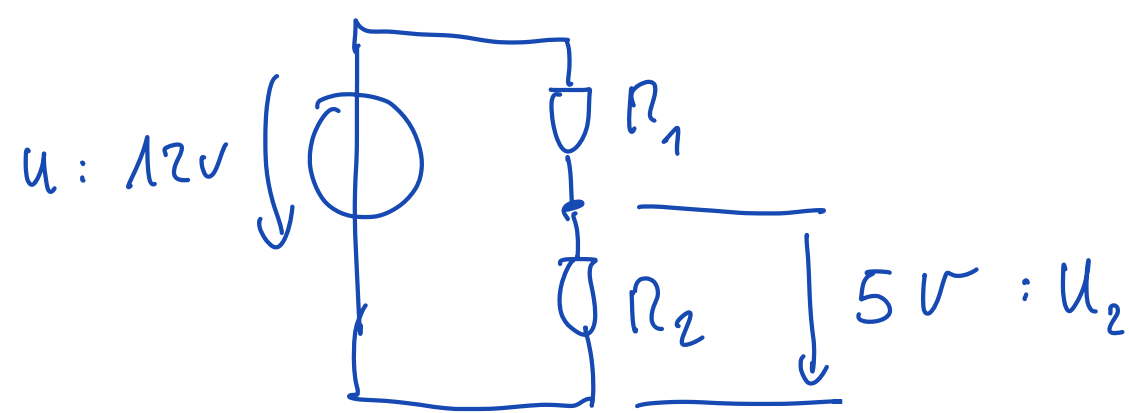
$$U = U_{R_1} + U_{R_2}$$

$$U = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I = (R_1 + R_2) I$$

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$U_{R_2} = R_2 \cdot I = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_{R_1} = R_1 \cdot I = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



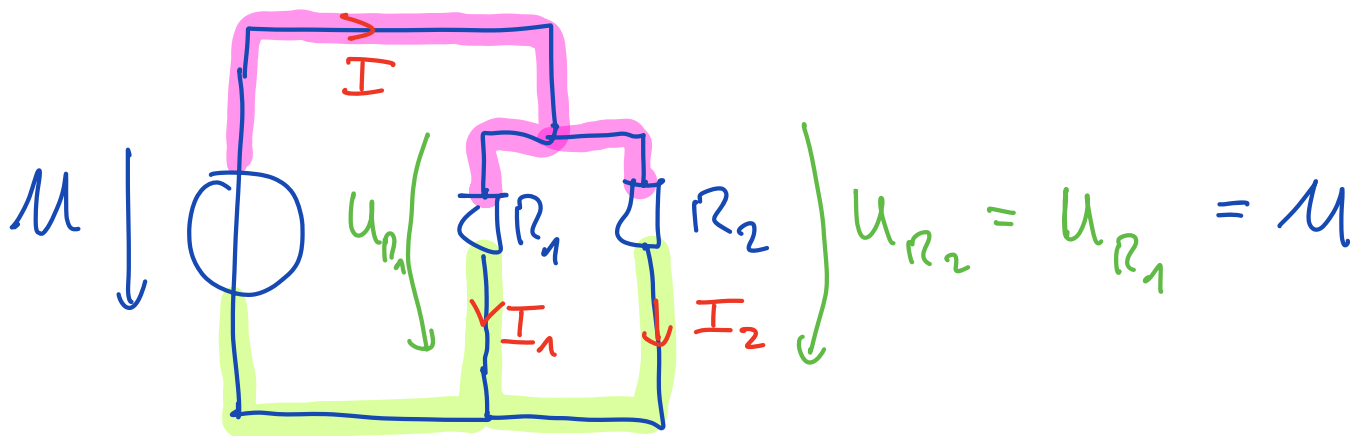
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

$$5 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 12 \quad \Rightarrow \quad 5R_1 = 7R_2$$

$$R_1 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 71,5 \text{ k}\Omega$$

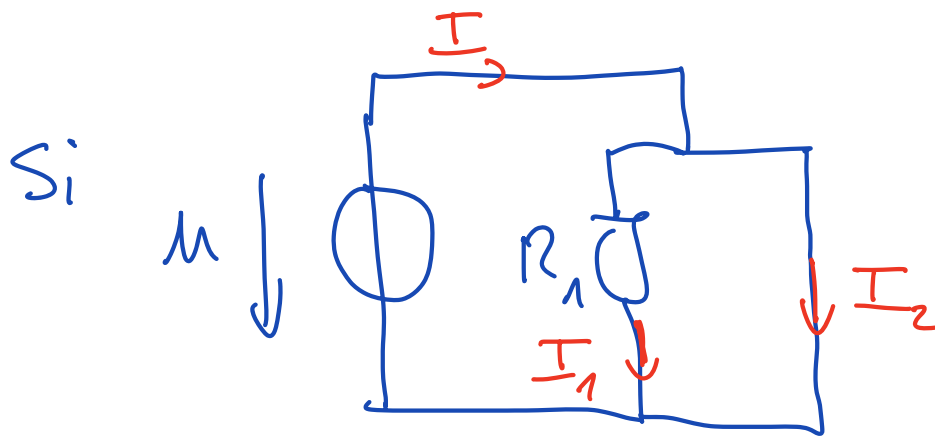
5.5.4 Diviseur de courant:



$$I = \frac{U}{R_{eq}} \quad R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U = U_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = R_2 \cdot I_2$$

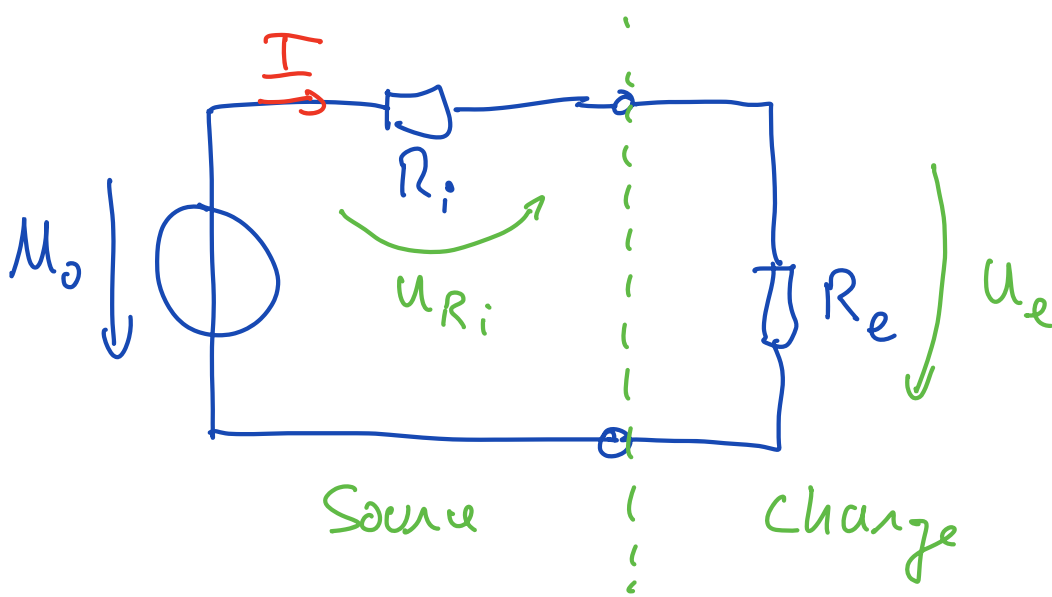
$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$



## 5.6 Méthodes de Résolution :

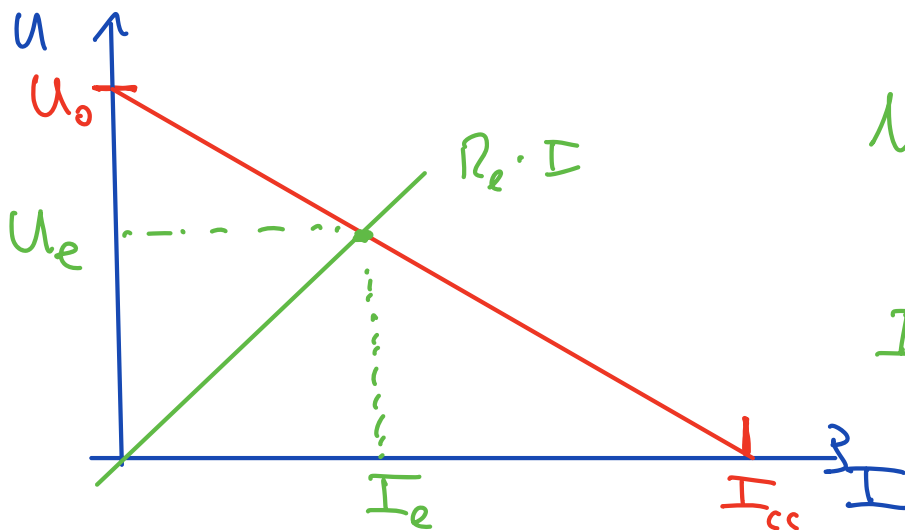
- Redessiner le schéma
- Définir toutes les grandeurs ( $U, I, i$ )
- " les sens
- Réduire le schéma
- Analyser

## 5.6.2 Source de tension réelle :



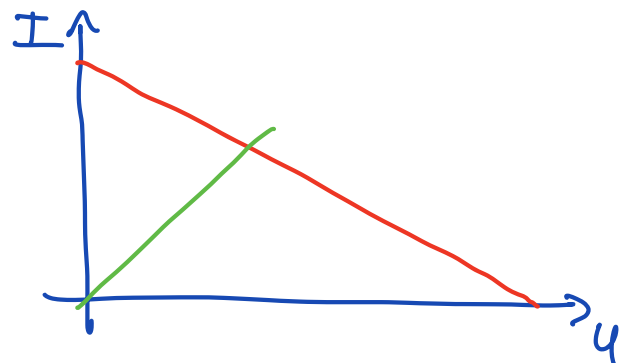
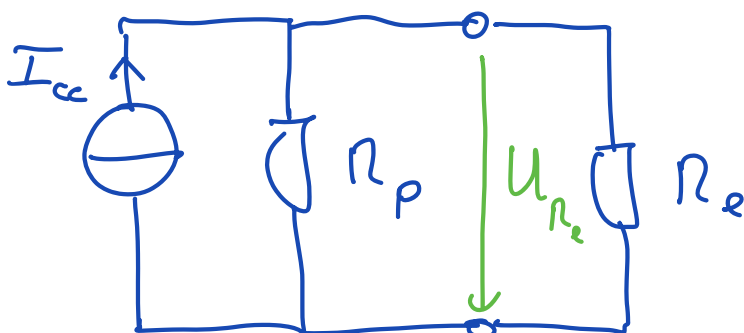
$$U_e = U_0 - U_{R_i} = U_0 - R_i \cdot I \quad |||$$

$$U_e = \quad = R_e \cdot I \quad |||$$

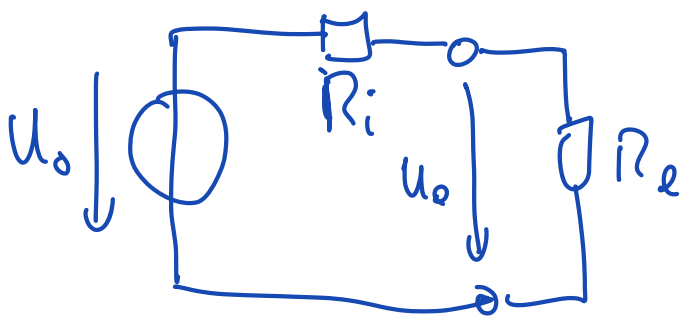
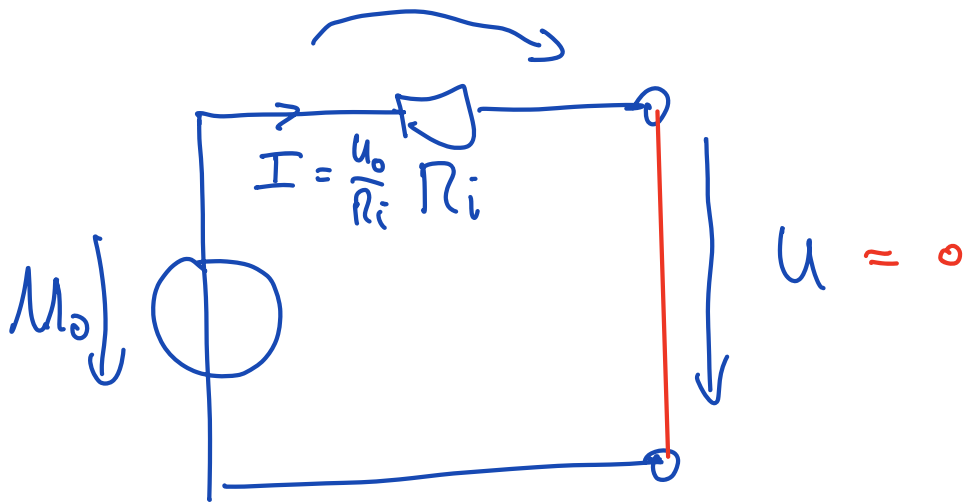


$$U_e = U_0 \cdot \frac{R_e}{R_e + R_i}$$

$$I_e = \frac{U_0}{R_i + R_e}$$



### 5.6.3 Equivalence des sources de tension et de courant



court-circuit

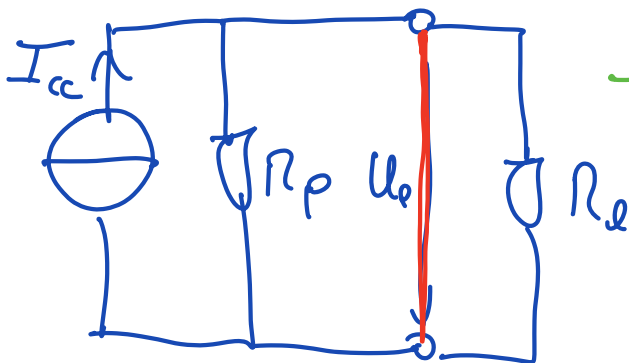
$$R_e = 0$$

$$U_{e_{cc}} = 0$$

$$\rightarrow I_{cc} = \frac{U_0}{R_i}$$

circuit ouvert  
(pas de  $R_e$ )

$$U_{e_0} = U_0$$



$$\rightarrow I_{e_{cc}} = I_{cc}$$

$$U_{e_{cc}} = 0$$

$$U_{e_0} = R_p I_{cc}$$

On pose  $U_{e_0} = R_p I_{cc} = U_0$

$$I_{cc} = \frac{U_0}{R_i} = I_{e_{cc}}$$

$$R_p = \frac{U_o}{I_{cc}} = \frac{U_o}{U_o/R_i} = R_i$$

En résumé :



**5.7 THÉORÈMES DE THÉVENIN ET DE NORTON**

**5.8 PRINCIPE DE SUPERPOSITION**

**5.9 TRANSFORMATION  $\Pi$ -T**

**5.11 PUISSANCE MAXIMALE ET ADAPTATION**

**BILAN**

**Électrotechnique I**

Yves PERRIARD & Yoan CIVET

Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

## **5.7 THÉORÈMES DE THÉVENIN ET DE NORTON**

### **CIRCUITS ÉQUIVALENTS**

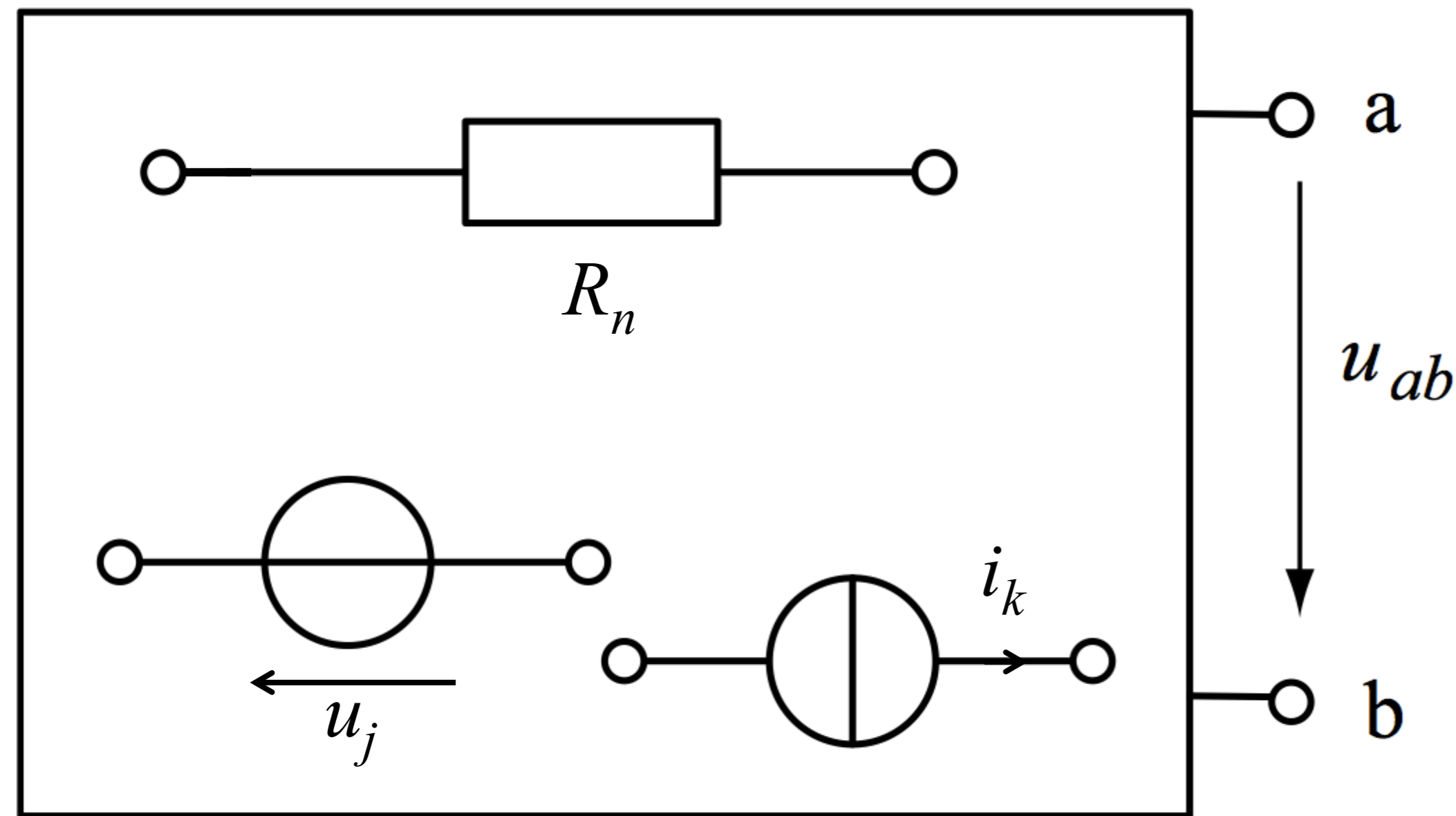
**Électrotechnique I**

Yves PERRIARD & Yoan CIVET

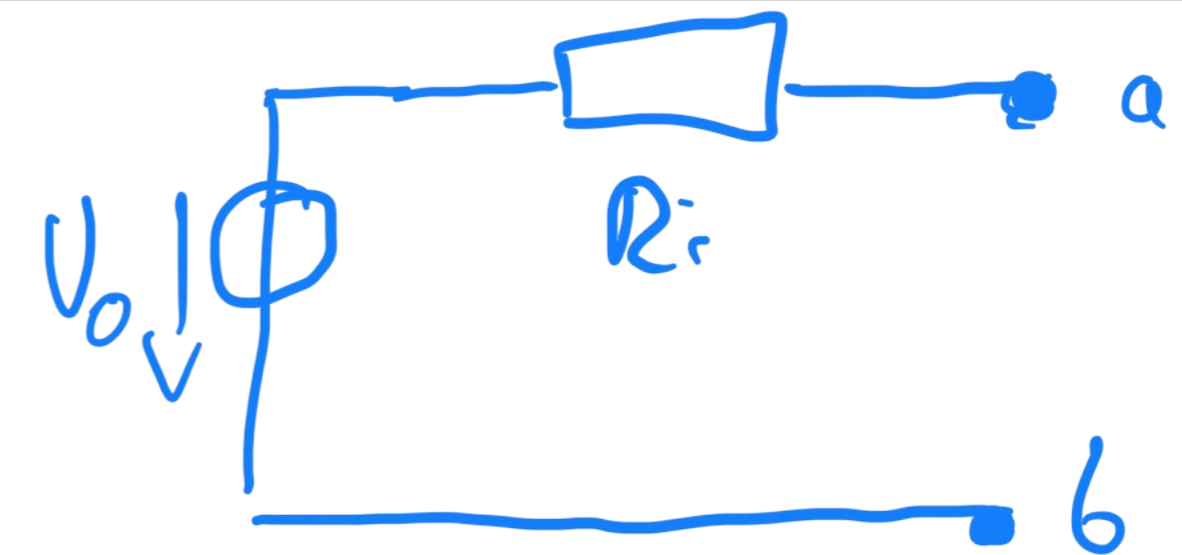
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

# 5.7 THÉORÈMES DE THÉVENIN ET DE NORTON

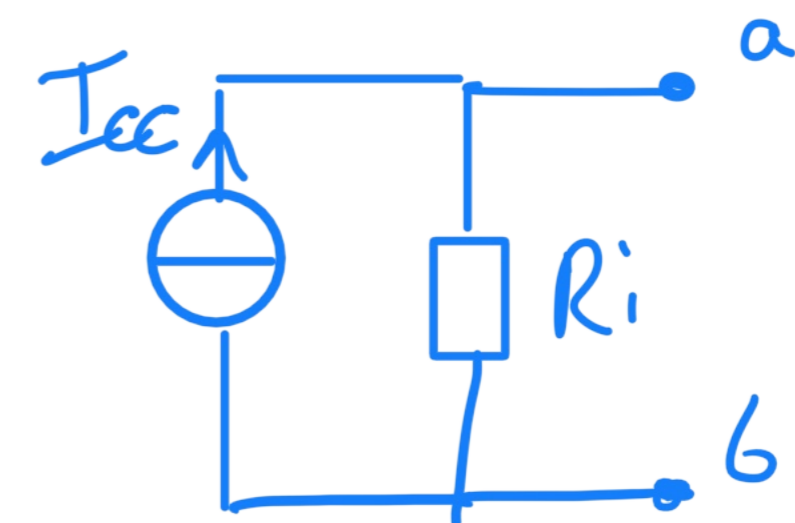
## Définitions



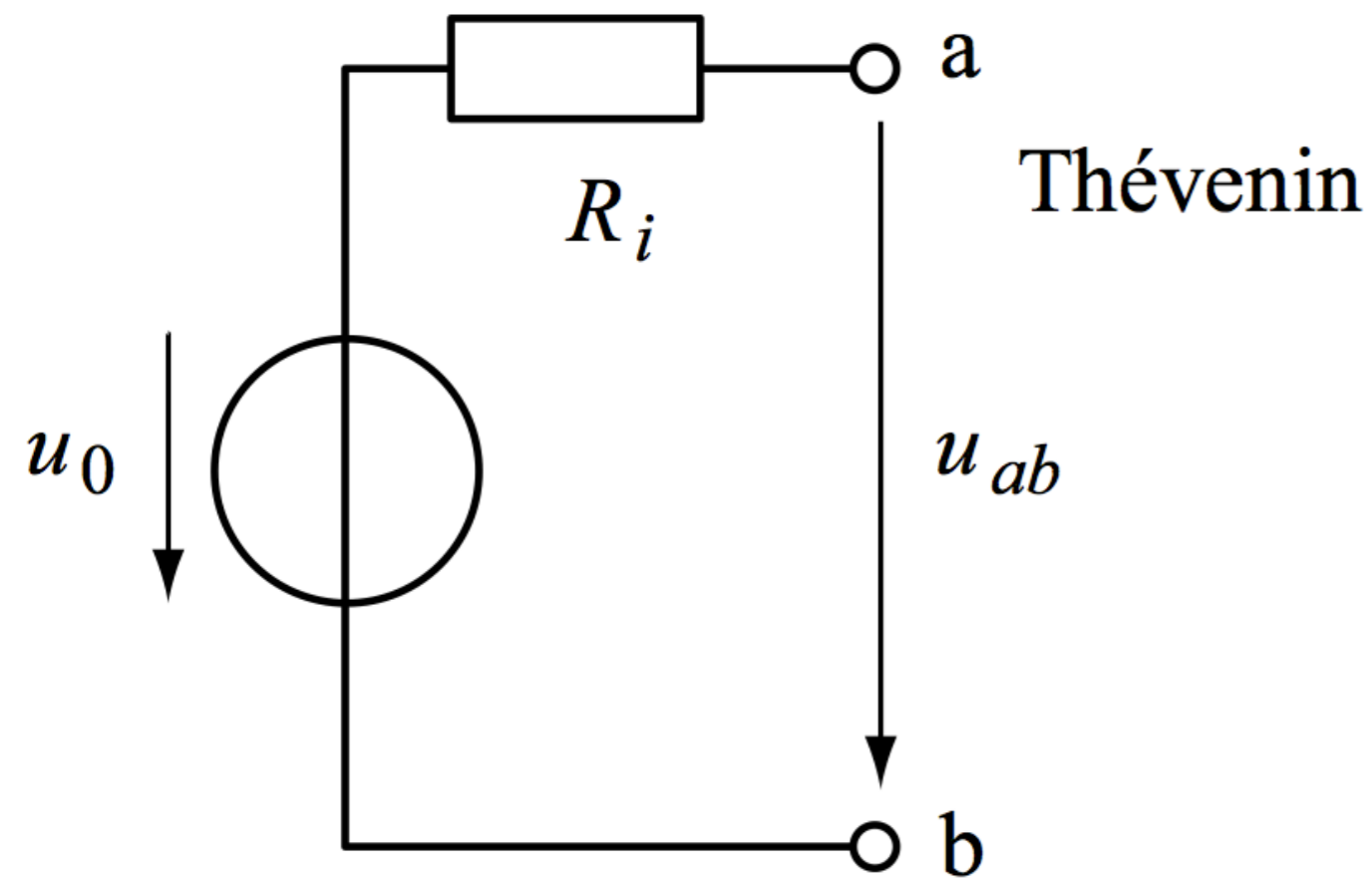
*Thévenin*



*Norton*

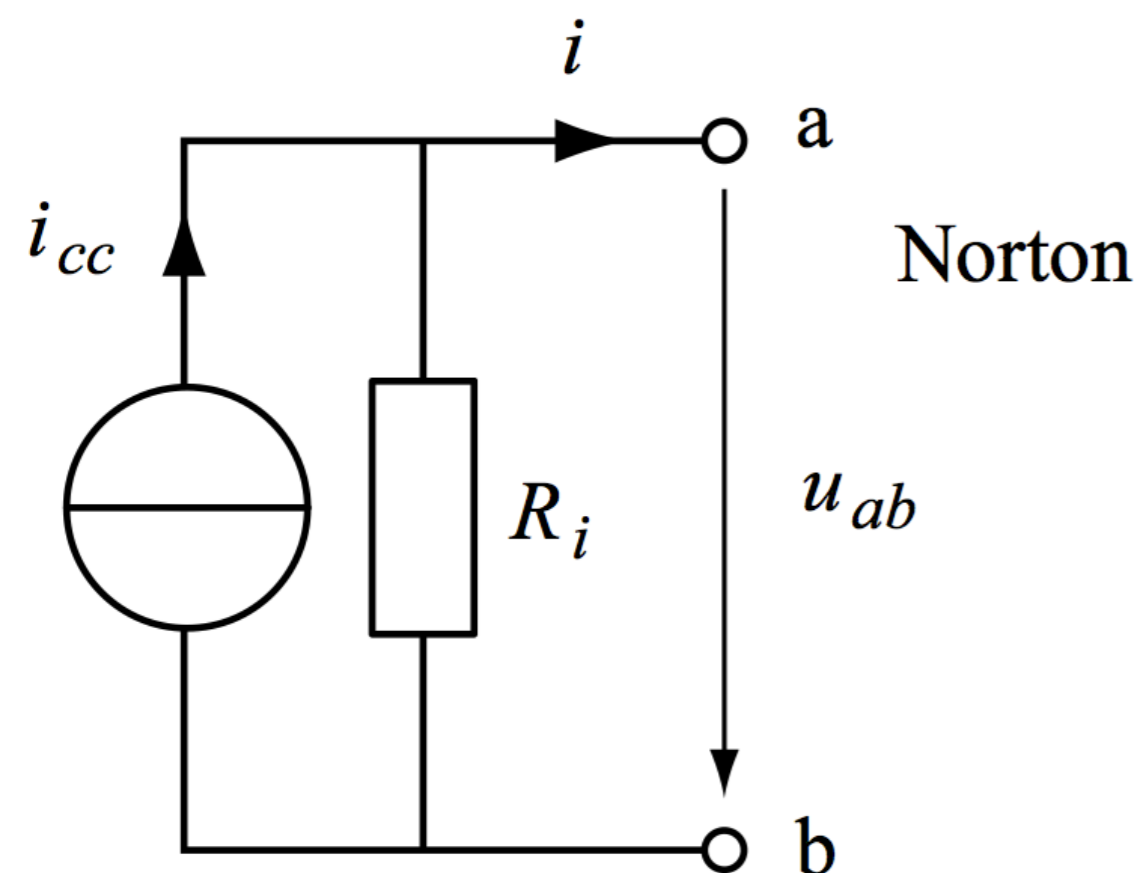


## Tension à vide – Courant de court-circuit – Résistance interne



\*  $U_0 = \text{tension à vide}$

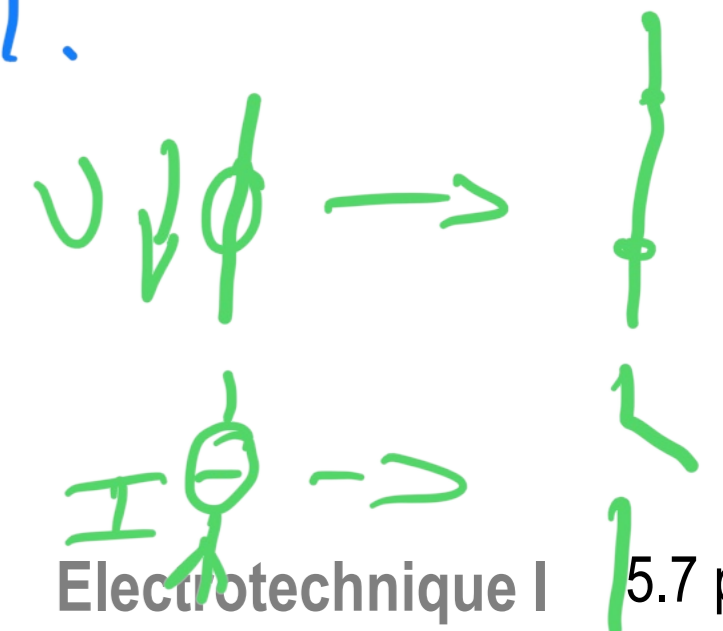
$$U_0 = U_{ob} \left| \begin{array}{l} \text{à vide} \\ I_{ab} = 0 \end{array} \right.$$



\*  $I_{cc} = I_{ab} \left| \begin{array}{l} U_{ob} = 0 \\ \text{en court-circuit.} \end{array} \right.$

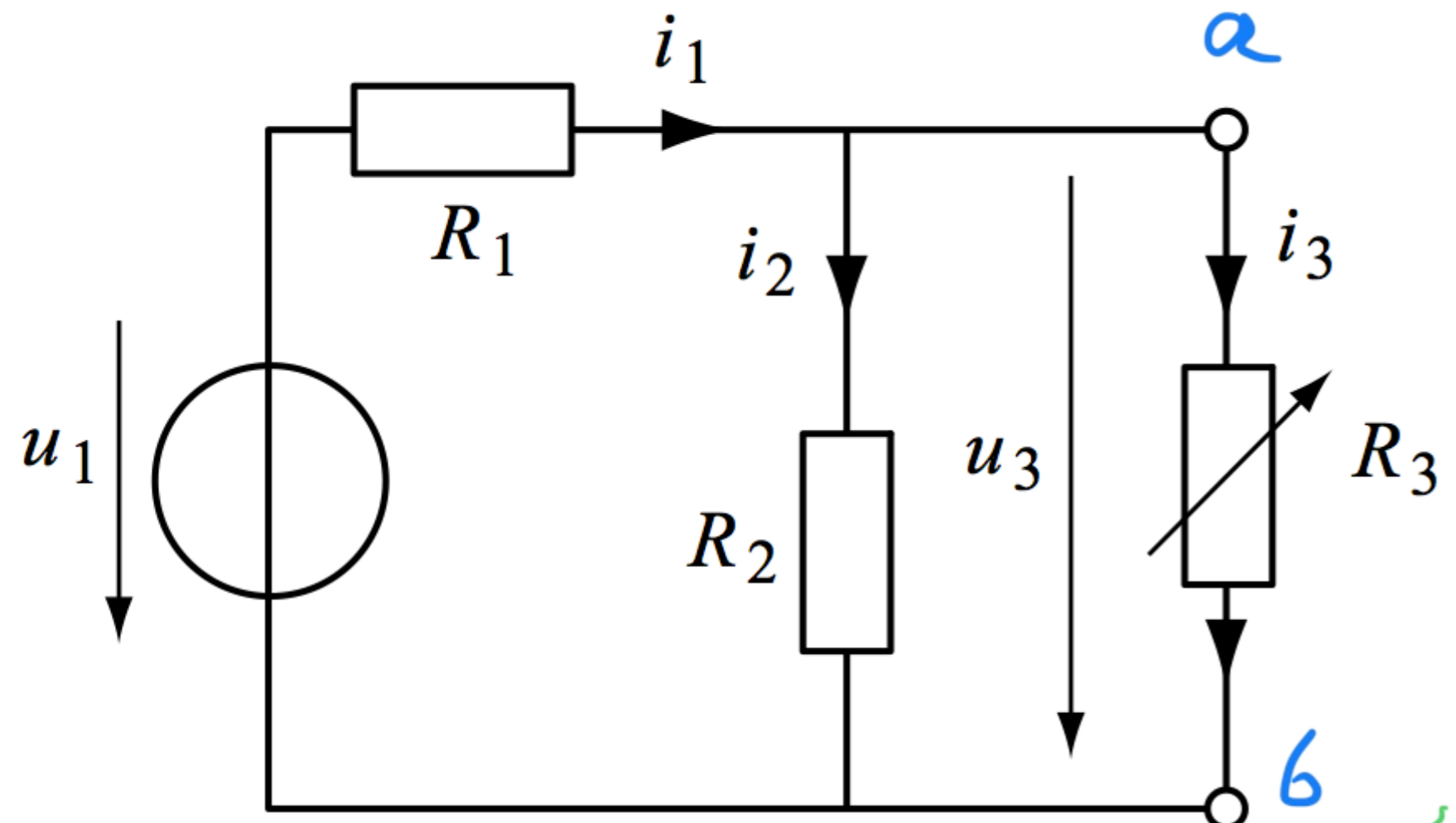
$$* R_i = \frac{U_0}{I_{cc}} = R_{ab} \left| \begin{array}{l} U_j = 0 \\ i_R = 0 \end{array} \right.$$

Annuler  
les sources



# 5.7 THÉORÈMES DE THÉVENIN ET DE NORTON

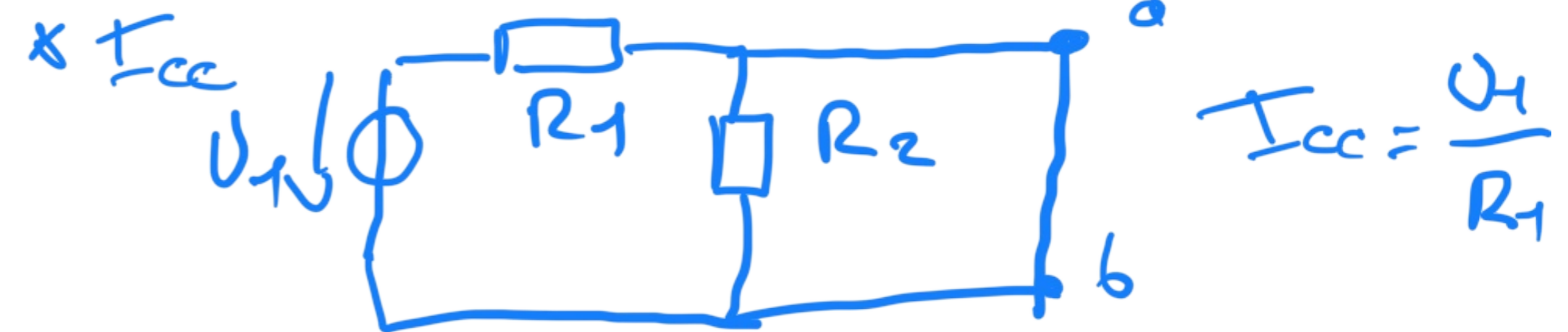
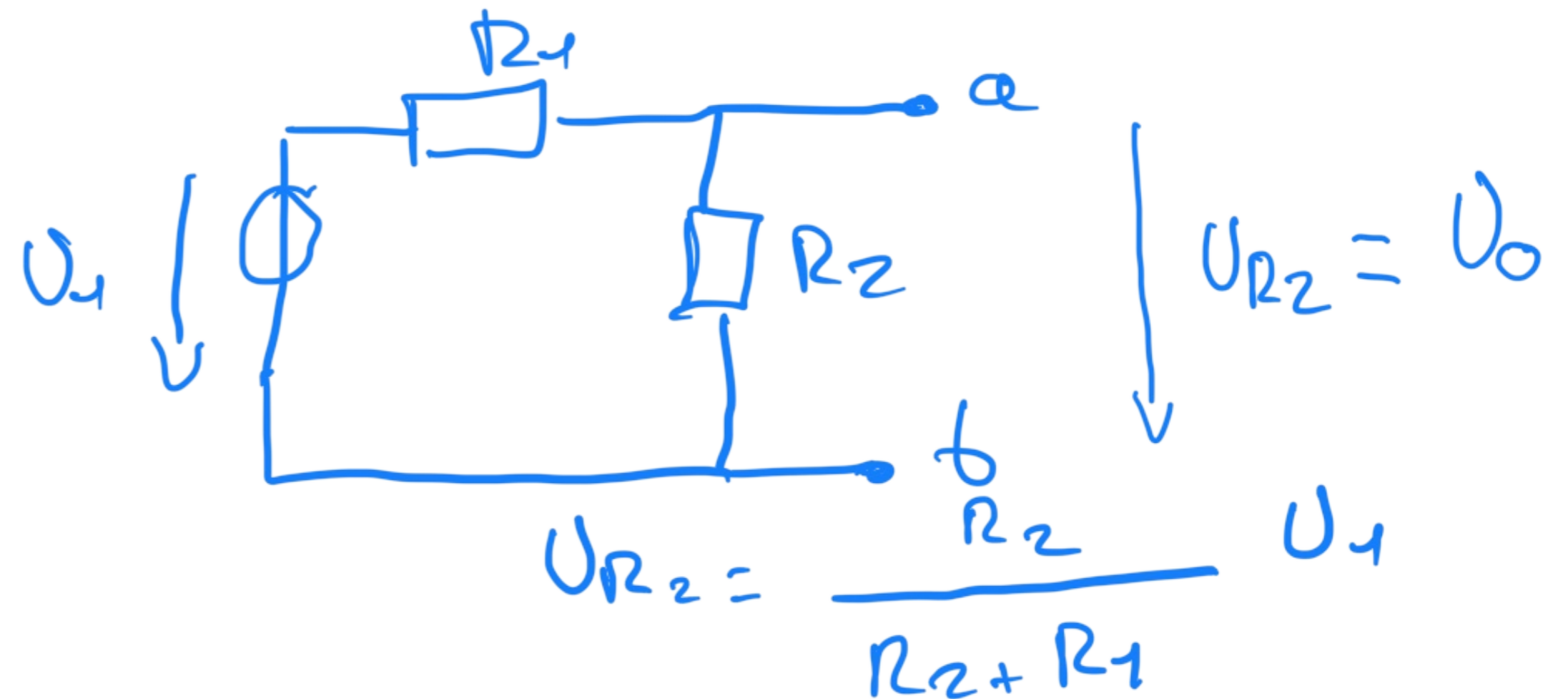
## Exemple



source

charge

← Tension à vide

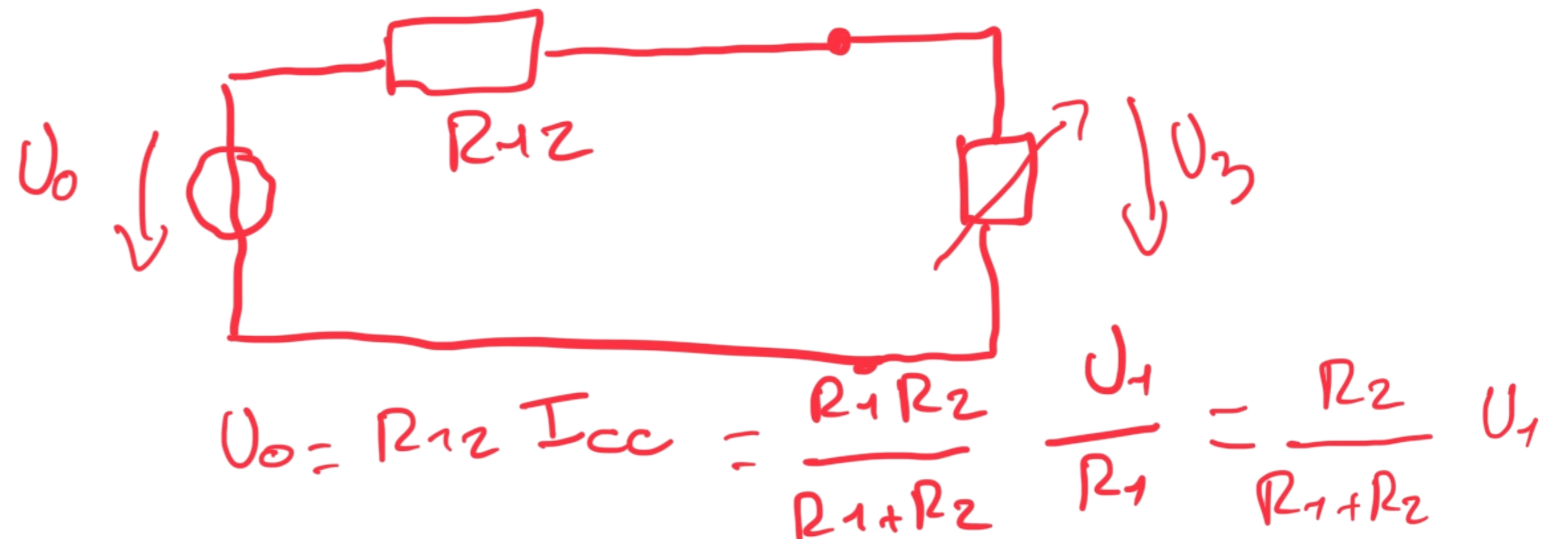
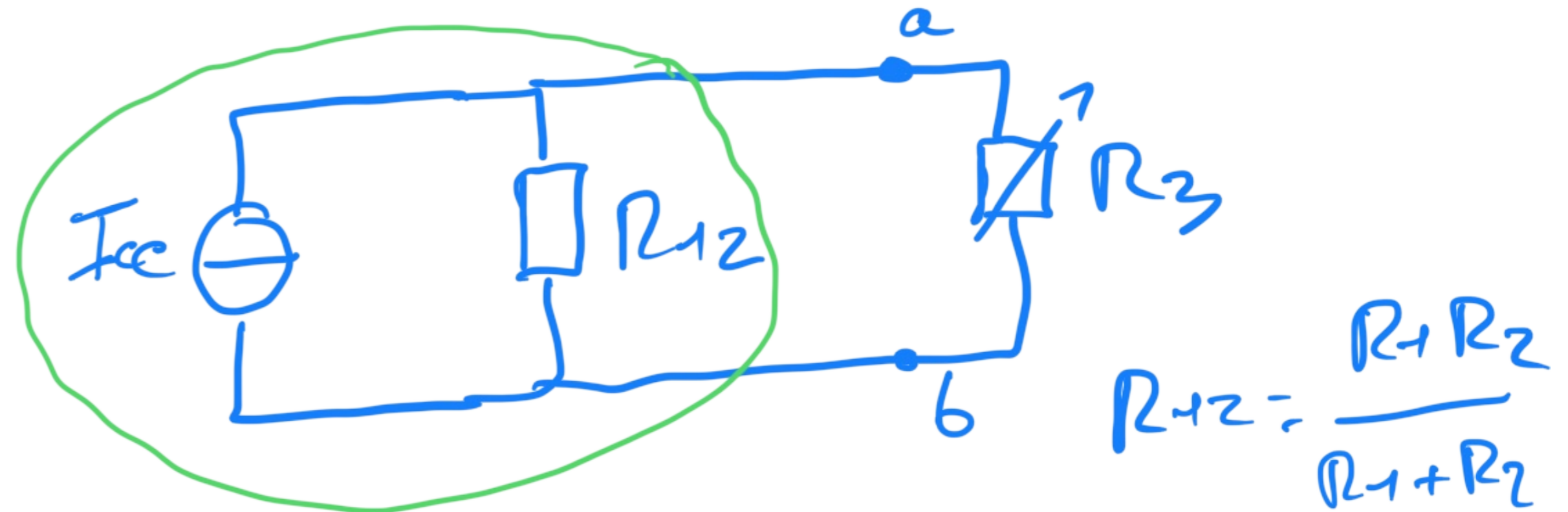
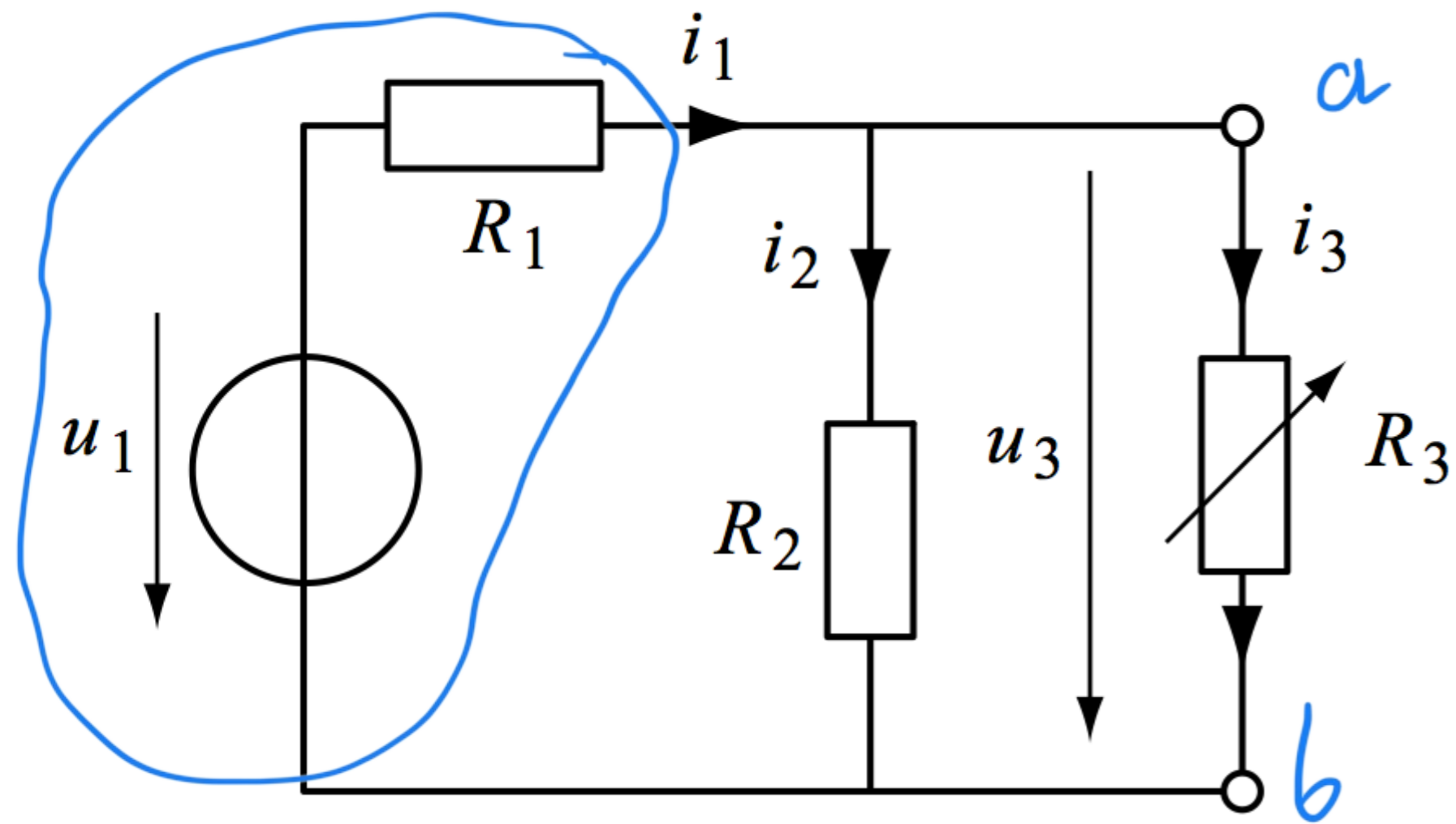


←  $R_i = \frac{U_0}{I_{cc}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$



# 5.7 THÉORÈMES DE THÉVENIN ET DE NORTON

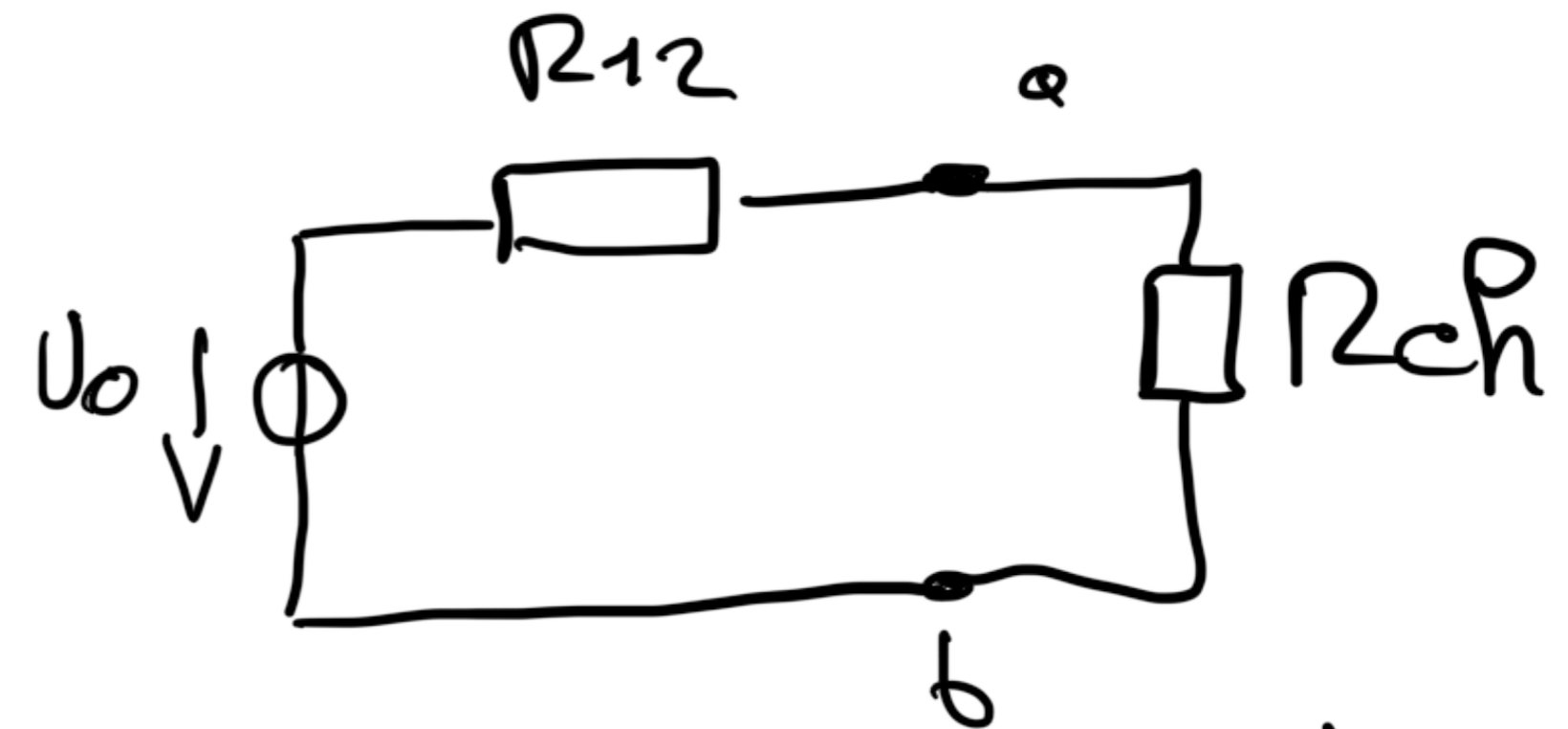
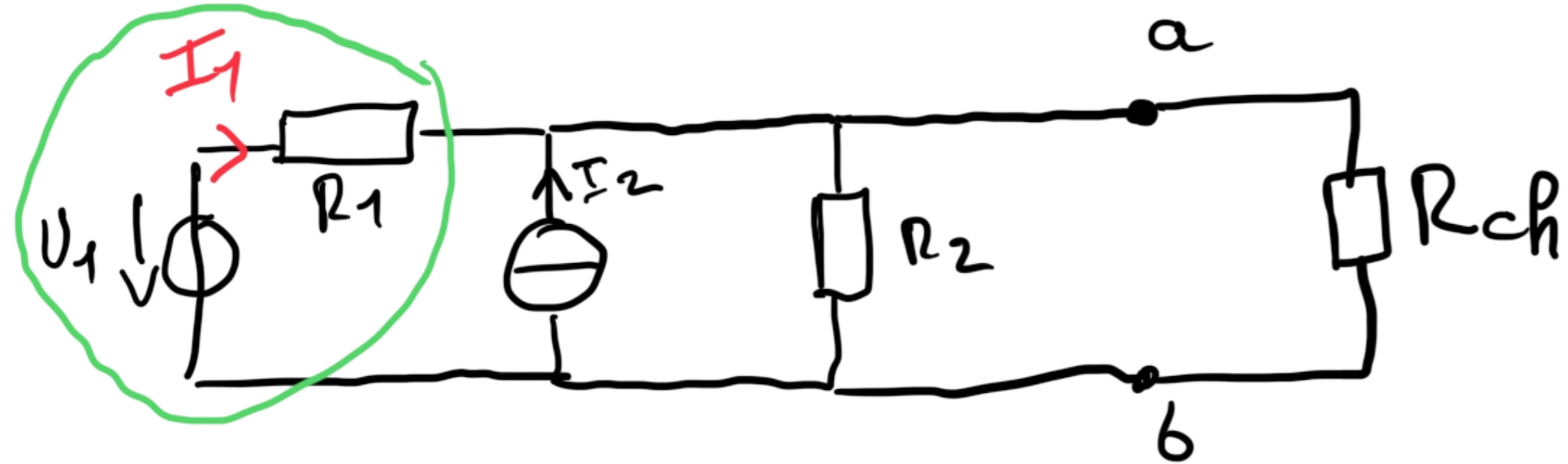
## Autre possibilité



$$I_{cc} = \frac{U_1}{R_1}$$

# 5.7 THÉORÈMES DE THÉVENIN ET DE NORTON

## Autre exemple



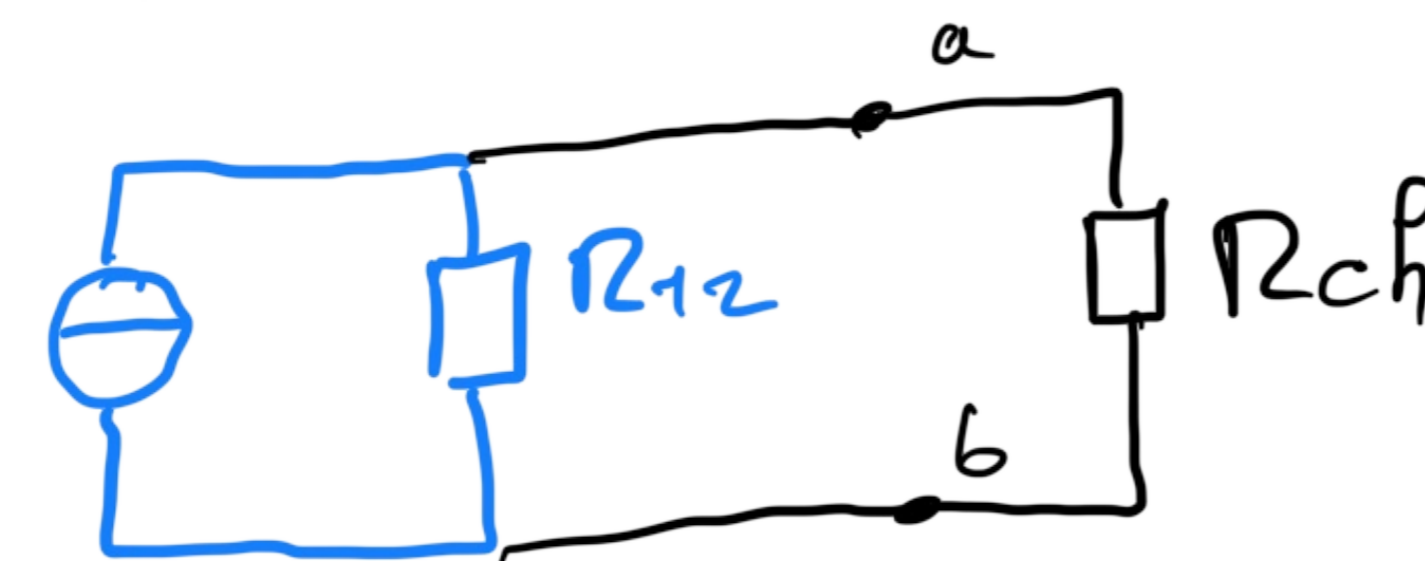
$$U_0 = R_{12} \left( \frac{U_1}{R_1} + I_2 \right)$$



$$I_{cc} = \frac{U_1}{R_1}$$

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{U_1}{R_1} + I_2$$



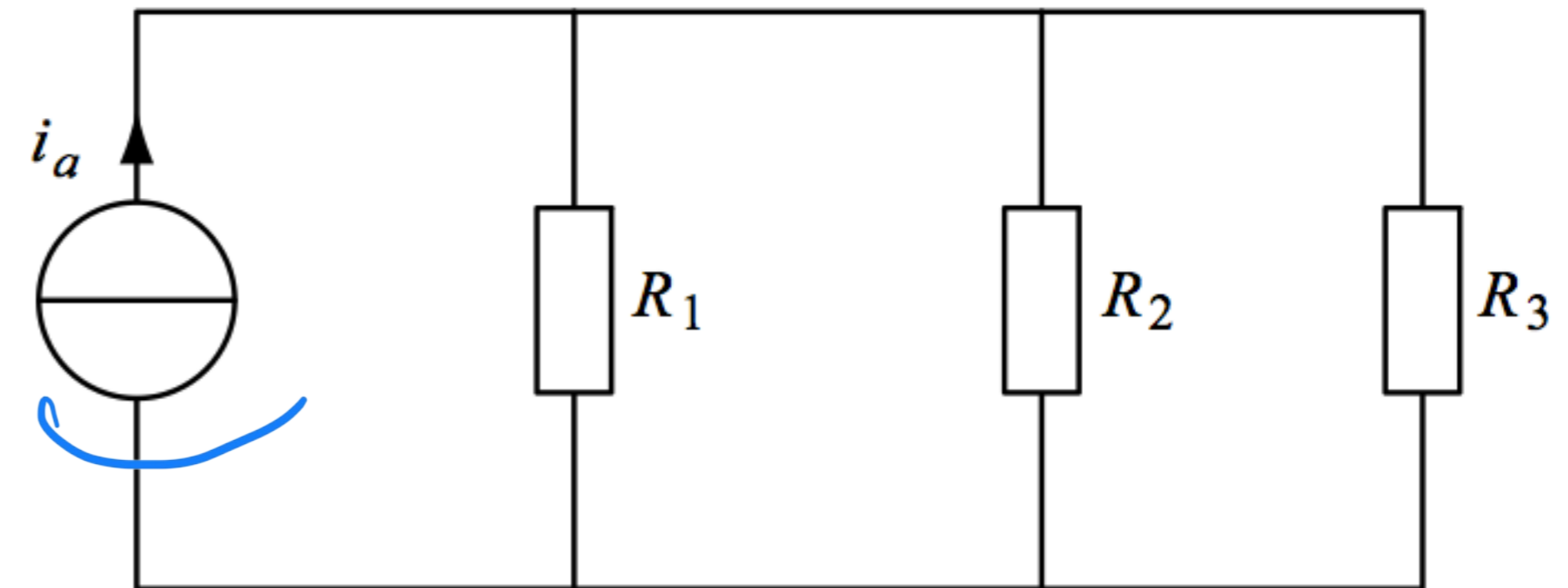
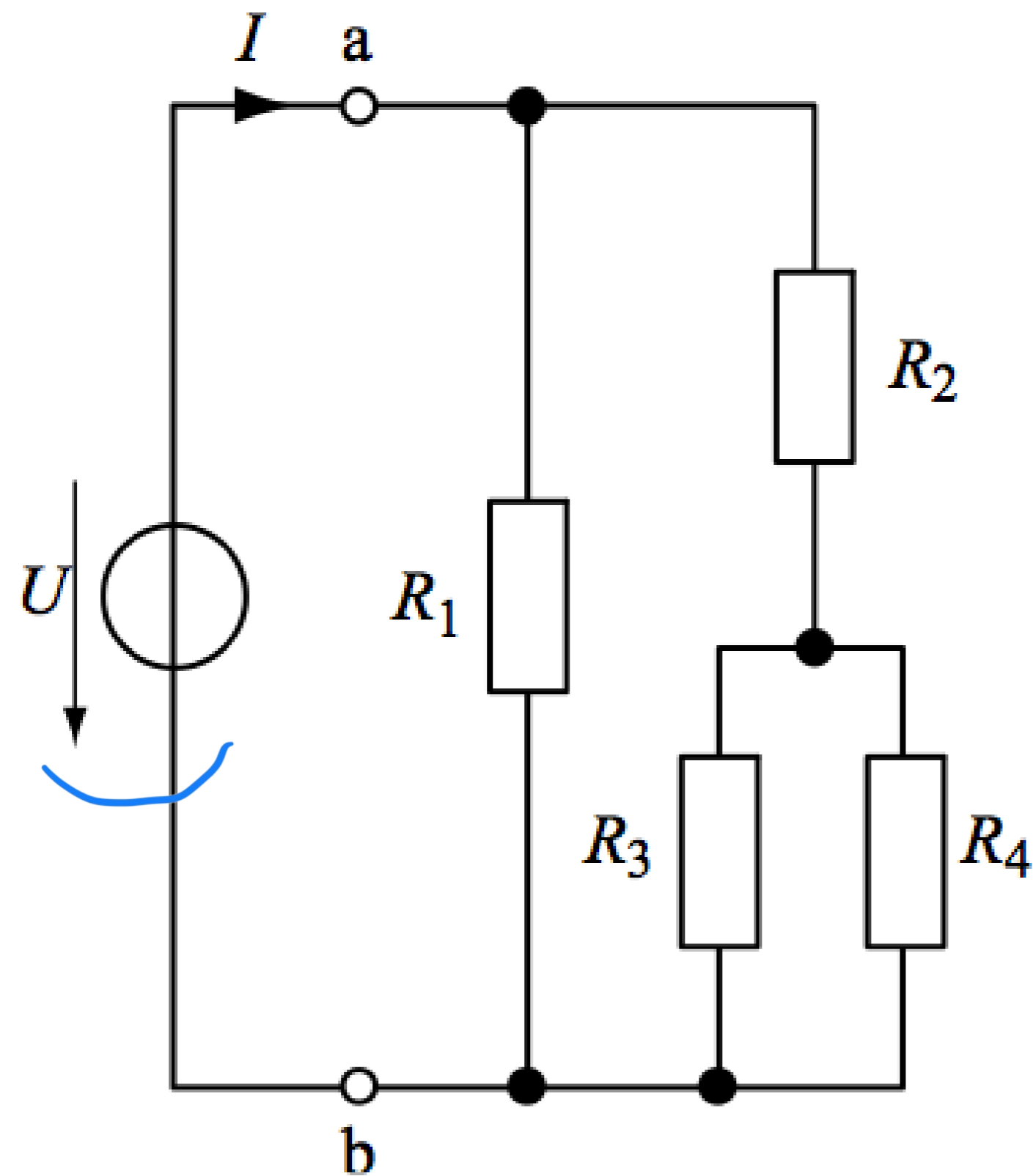
## 5.8 PRINCIPE DE SUPERPOSITION

### Électrotechnique I

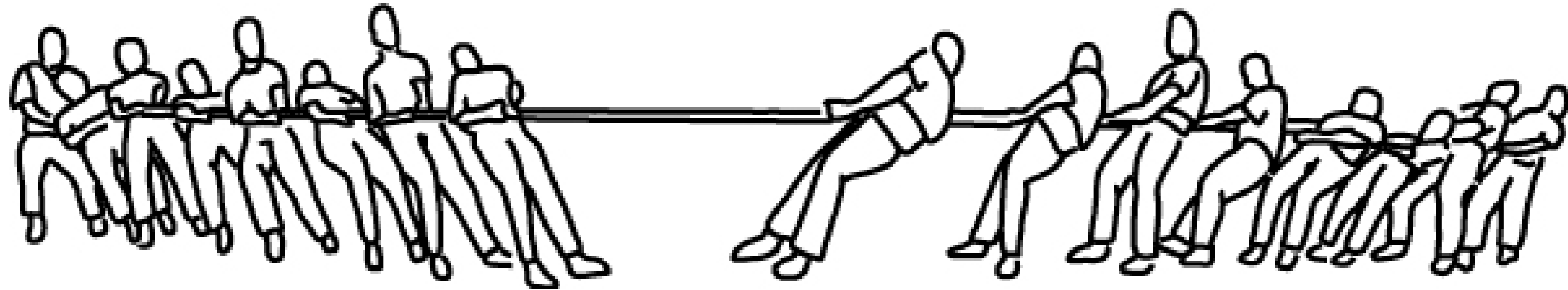
Yves PERRIARD & Yoan CIVET

Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

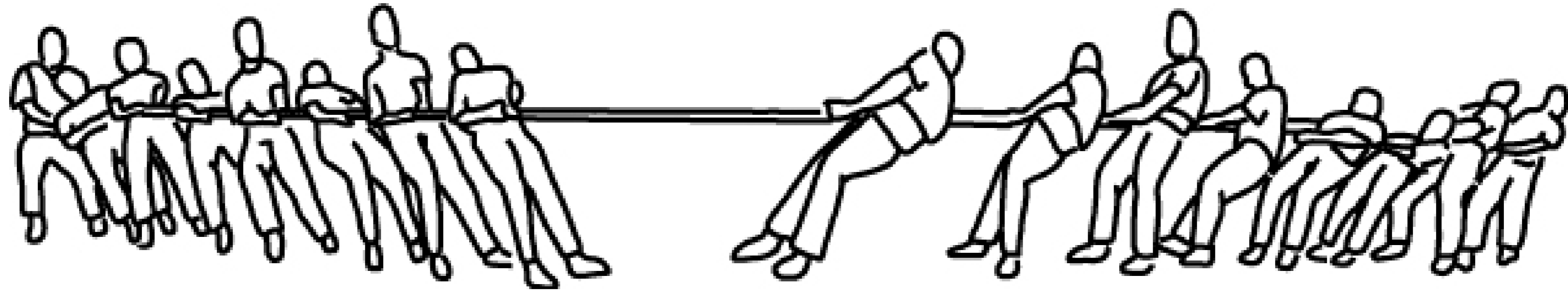
## Excitation d'un circuit et réponse du circuit à une excitation



### Énoncé

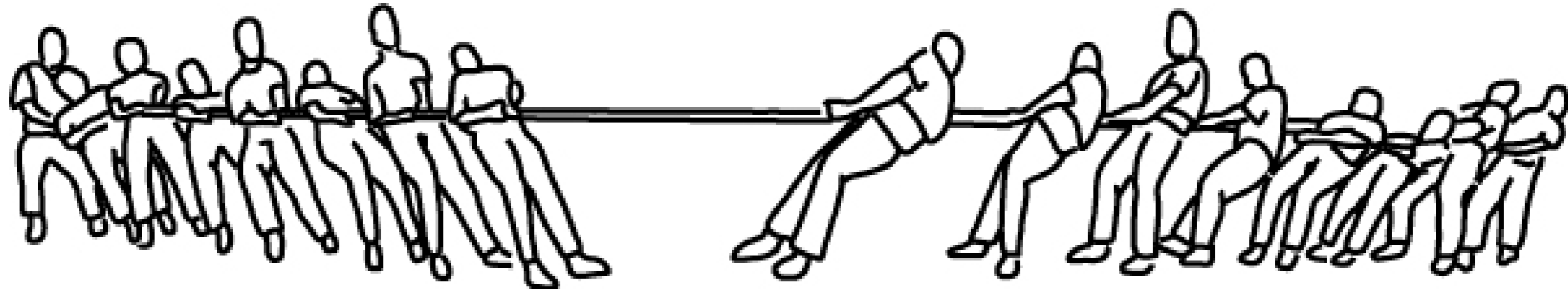


### Énoncé



La réponse du système à une somme d'excitations  
est égale à  
la somme des réponses dues à chaque excitation prise séparément.

### Énoncé



La réponse du système à une somme d'excitations  
est égale à  
la somme des réponses dues à chaque excitation prise séparément.

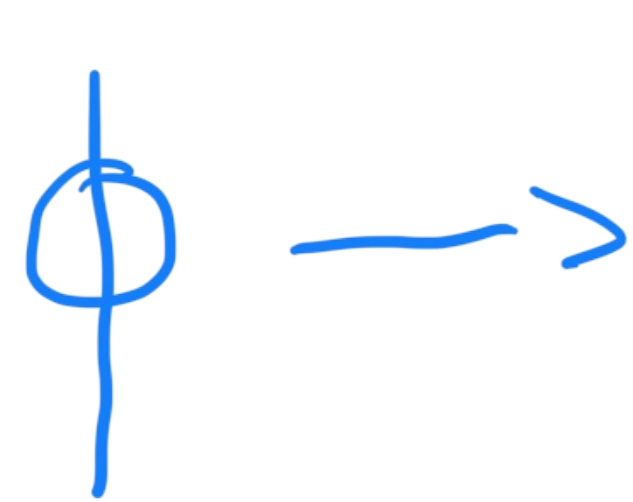
**Le système doit être linéaire !!**

### Méthodologie

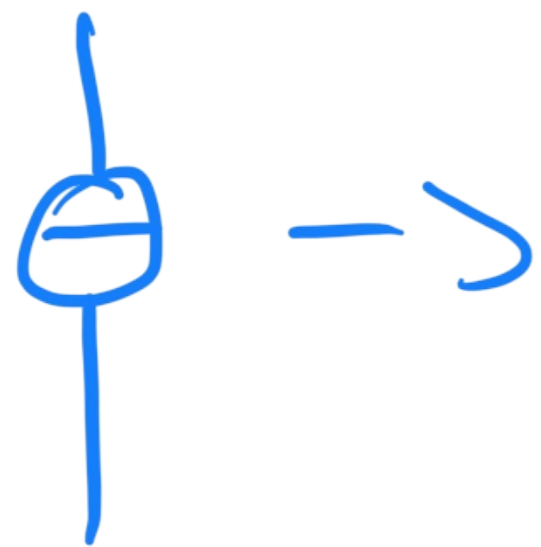
- Eviter une méthode d'analyse globale souvent lourde
- → Succession de calculs partiels
- A chaque étape, une seule source est prise en compte
- Les autres sont annulées
- Le résultat total est la somme algébrique des résultats partiels

### Que signifie « annuler une source » ?

\* Source de tension



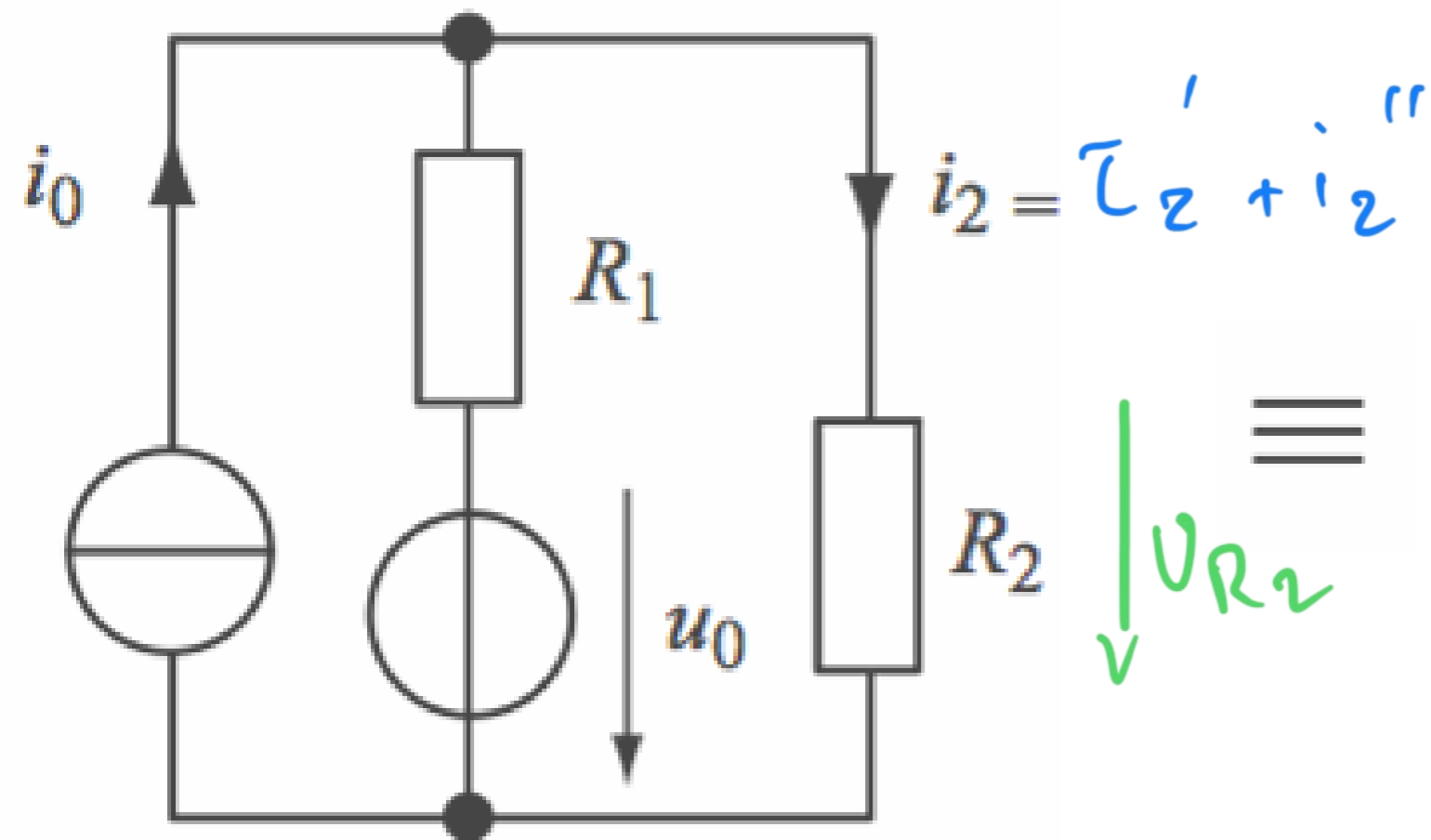
$U=0 \Leftrightarrow$  fil électrique



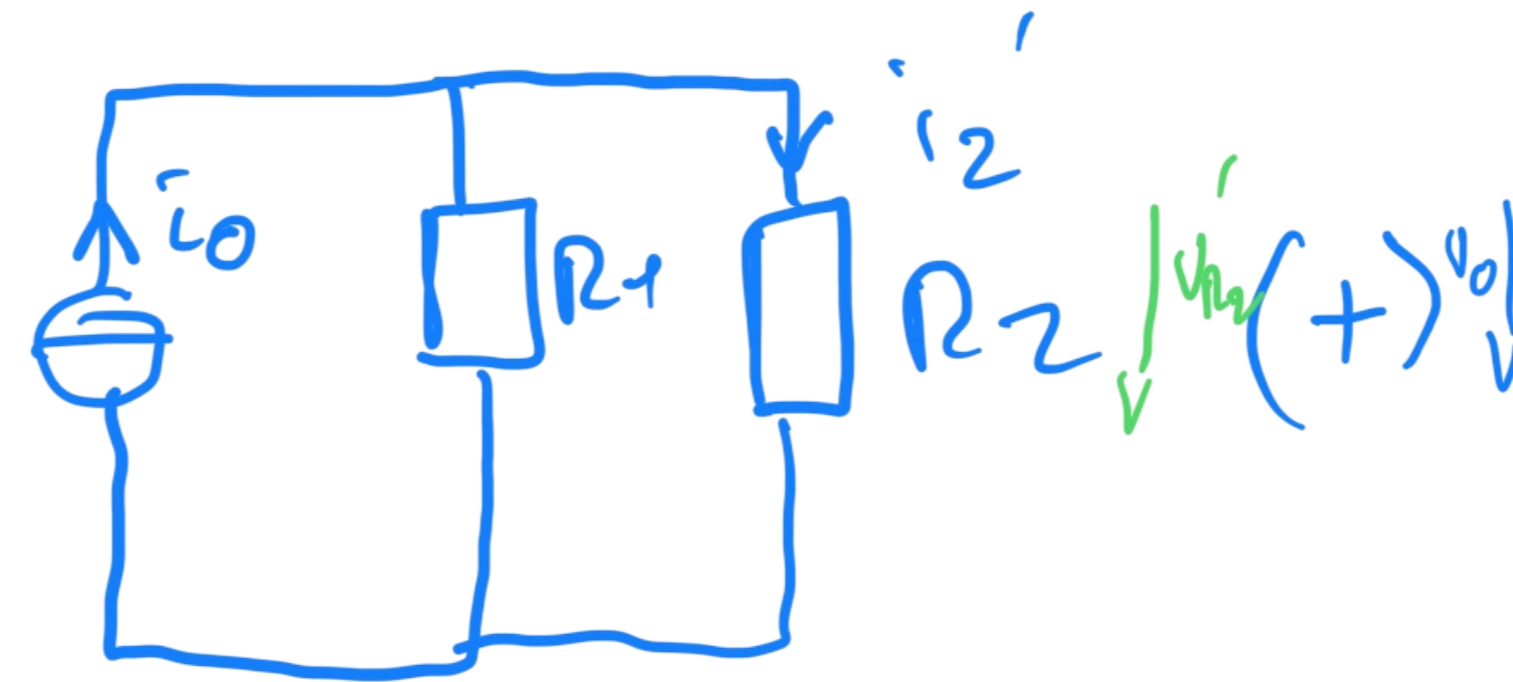
$I=0 \Leftrightarrow$  circuit ouvert.

\* Source de courant.

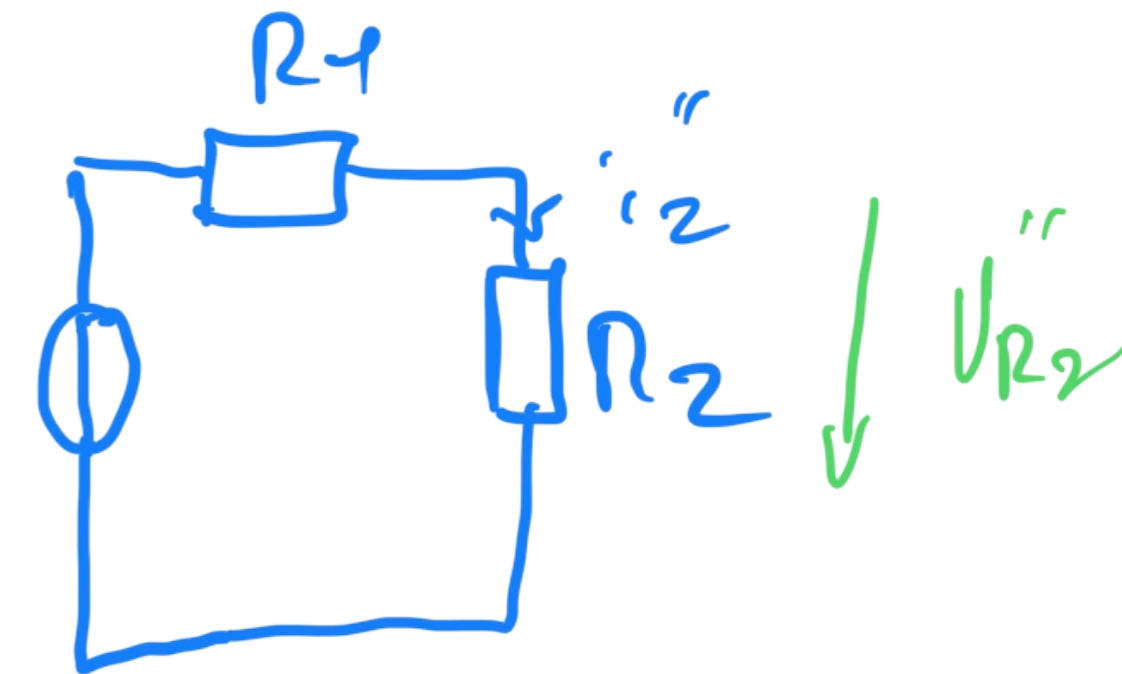
## Exemple



$\equiv$



$$i_2' = i_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



$$i_2'' = \frac{u_0}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow \underline{i_2 = i_2' + i_2''}$$

$$\underline{U_{R_2} = U_{R_2}' + U_{R_2}''}$$

- Circuit complexe
- → somme de circuits plus simples
- Les éléments doivent être linéaires
- Prêter attention aux signes

## 5.9 TRANSFORMATION $\Pi$ -T

### Électrotechnique I

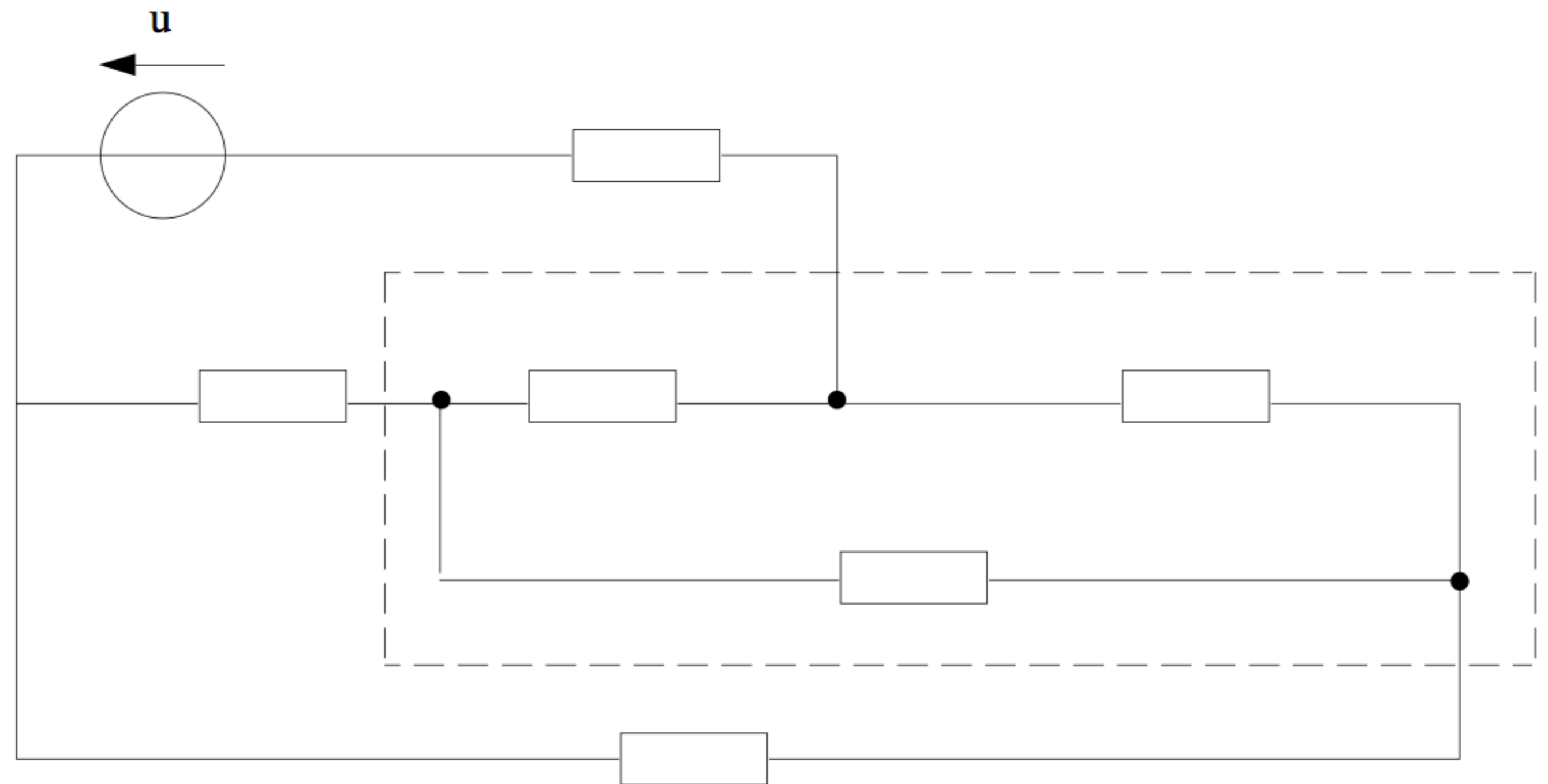
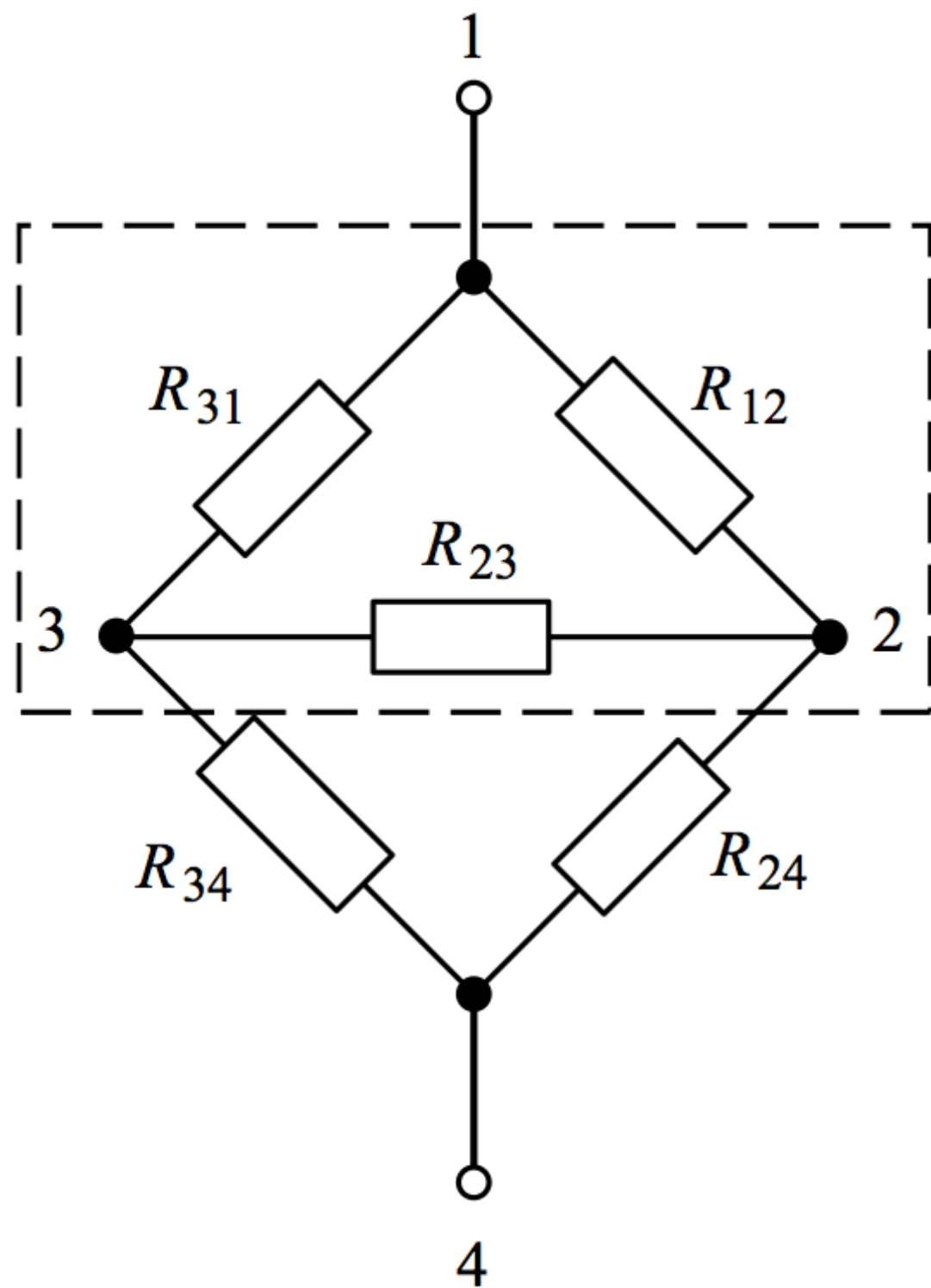
Yves PERRIARD & Yoan CIVET

Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

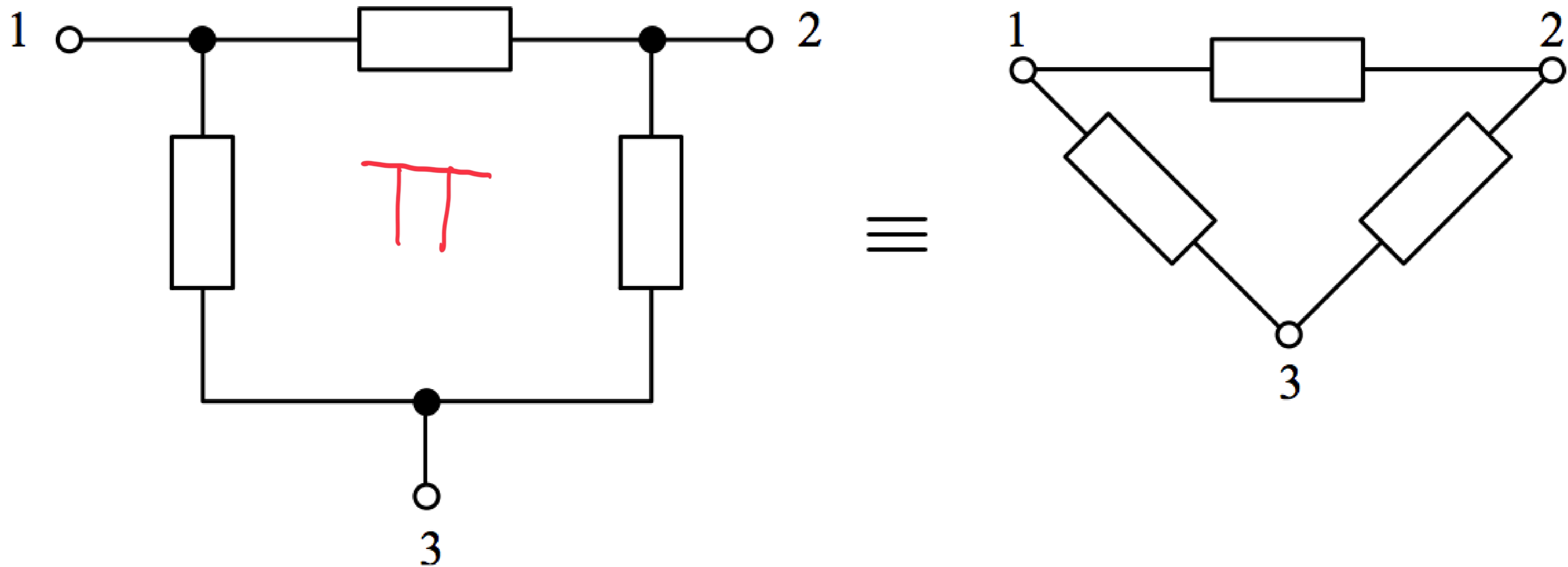
## Introduction

- Circuits particuliers
- Trois éléments (tripôle) connectés
  - « en  $\pi$  », « en triangle » ou « en  $\Delta$  »
  - « en T », « en étoile » ou « en Y »
- Equivalence

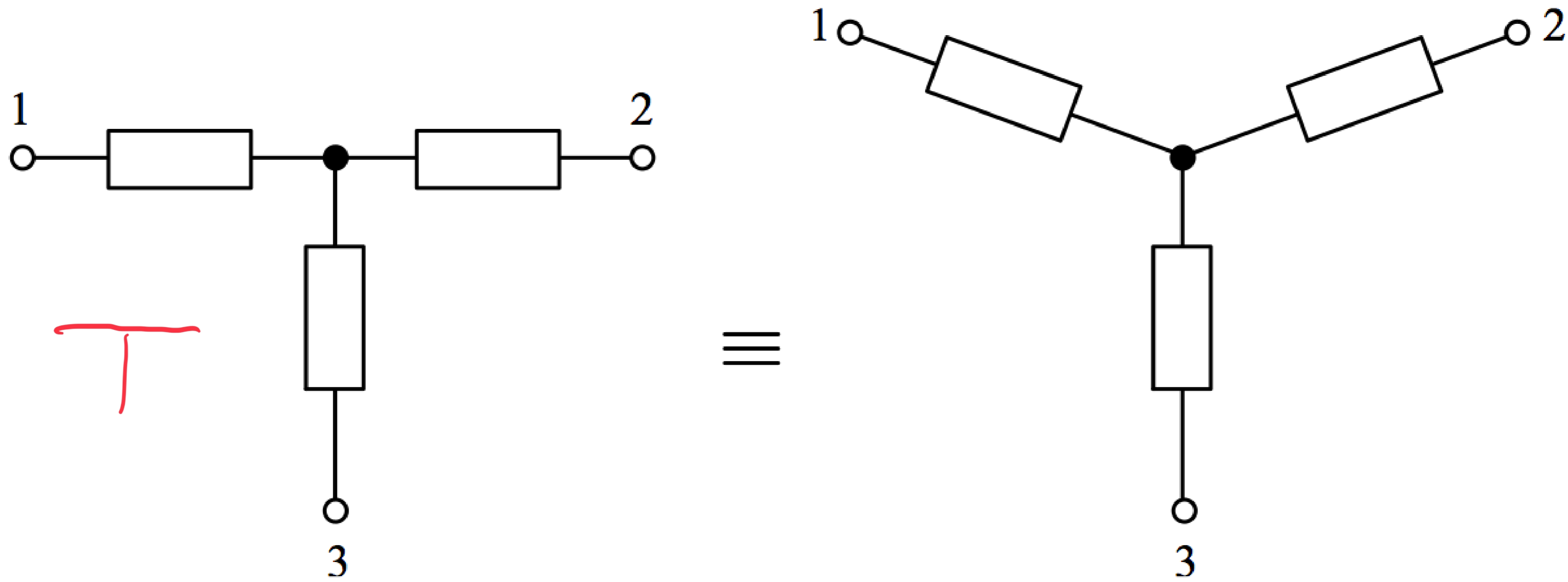
## Exemples de circuits difficiles à simplifier



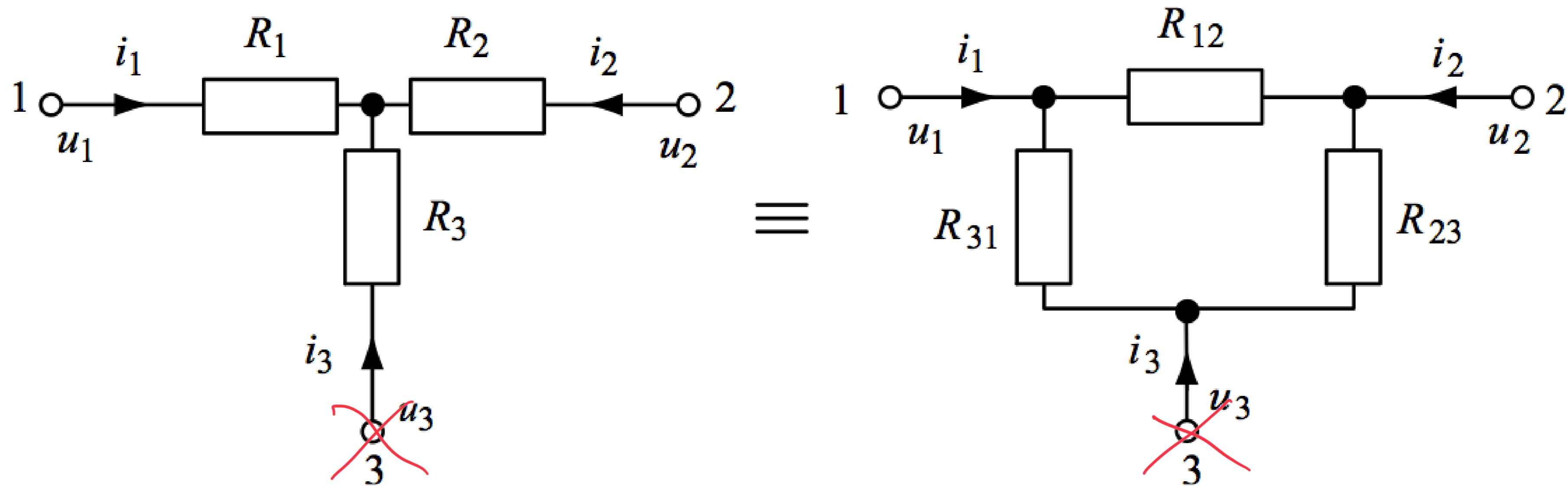
## Tripôles « en $\pi$ » ( ou « en triangle », « en $\Delta$ » ou « *Delta connection* » )



## Tripôles « en T » ( ou « en étoile », « en Y » ou « *Star connection* » )



## Équivalence de tripôles « en T » et « en $\pi$ »



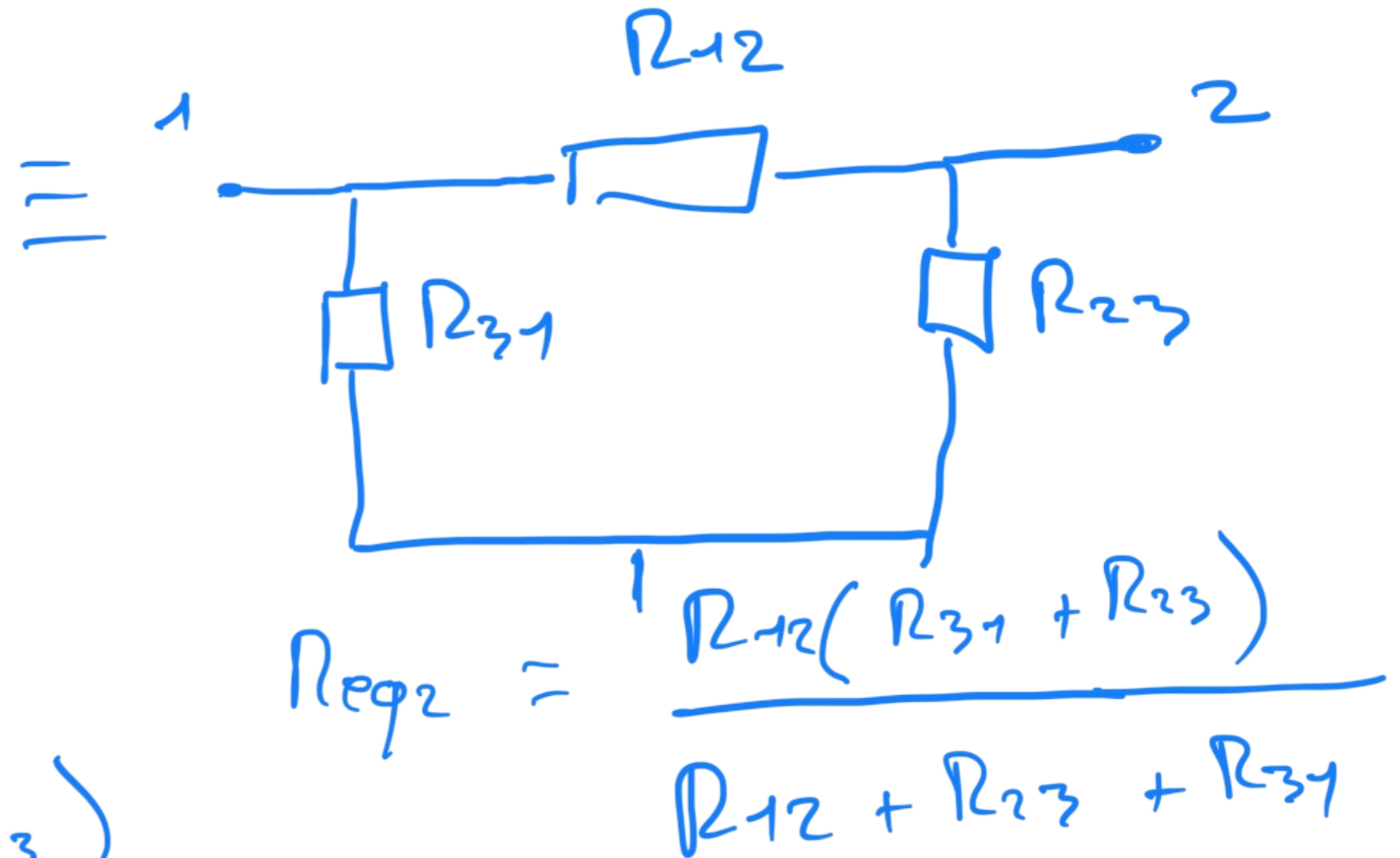
## Équivalence de tripôles « en T » et « en $\pi$ »

Si on annule la borne 3



$$R_{eq1} = R_1 + R_2$$

$$\Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{31} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



$$R_{eq2} = \frac{R_{12}(R_{31} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

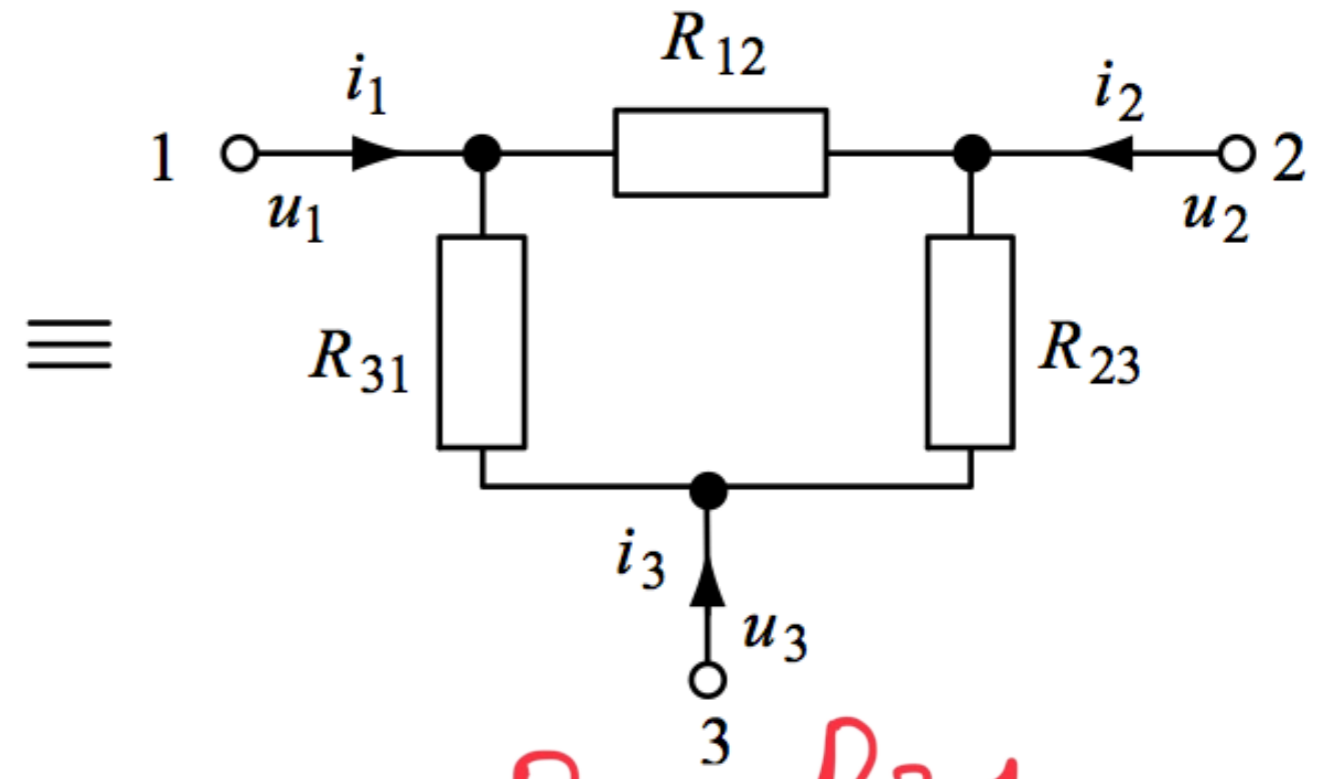
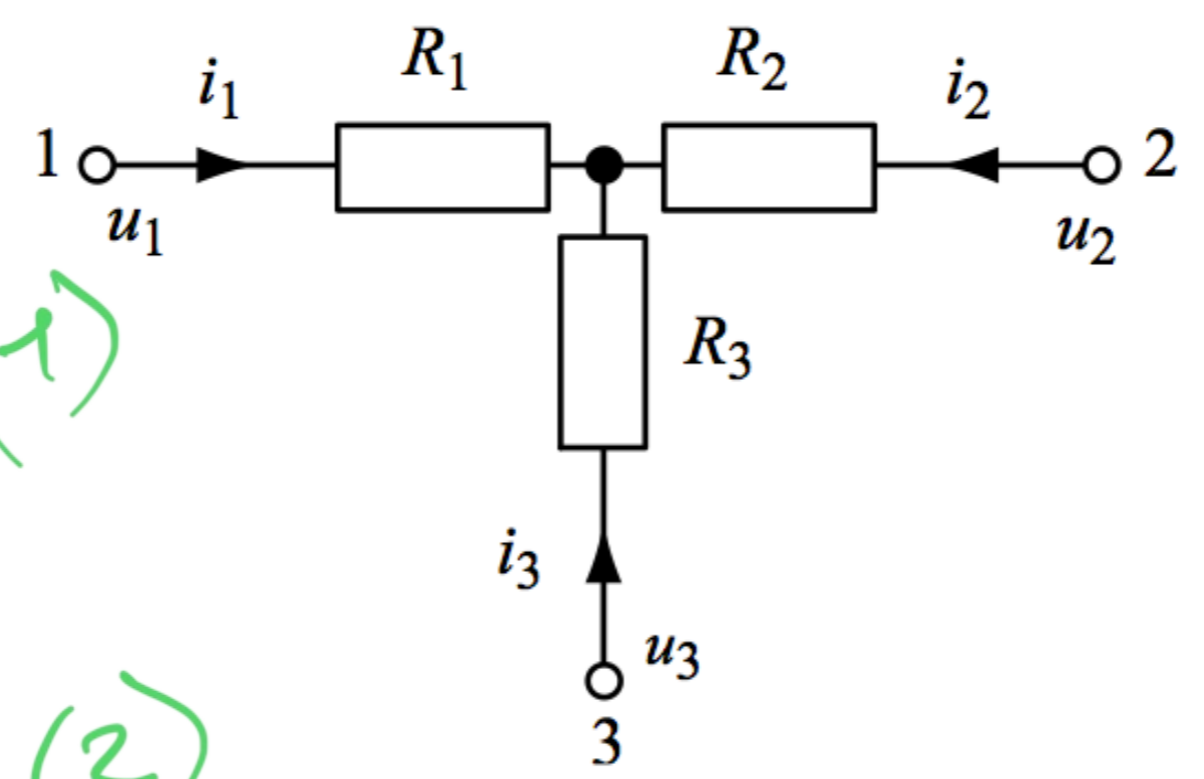
# TRANSFORMATION Π-T

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (1)$$

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (2)$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} [(1) - (2) + (3)]$$

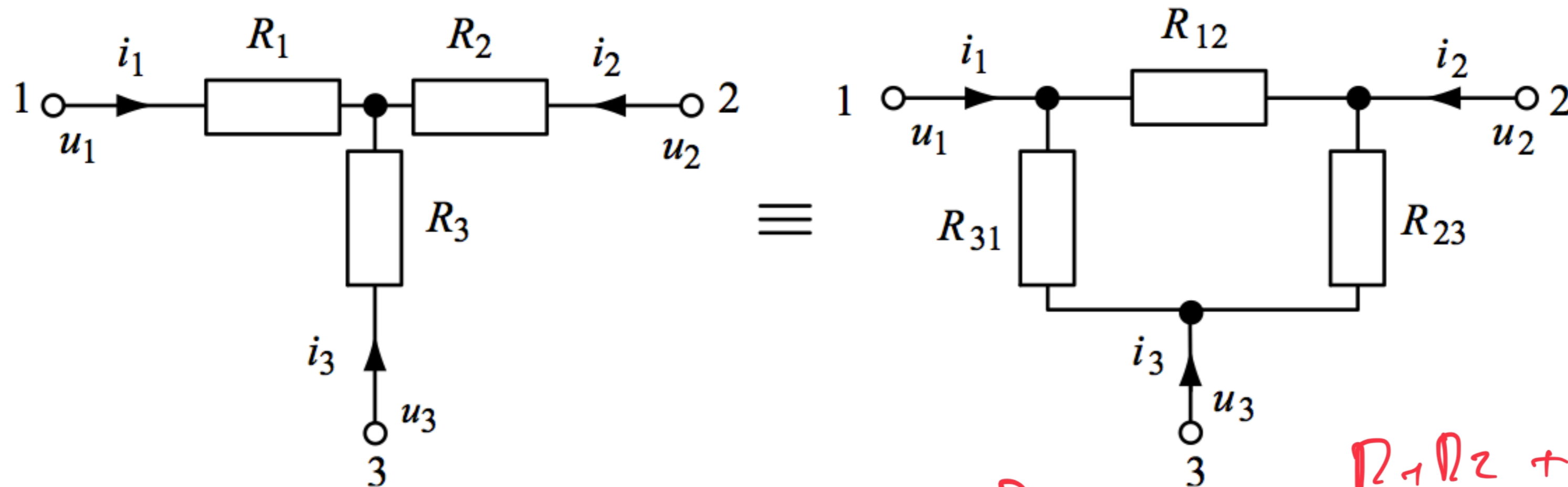


$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

## Équivalence de tripôles « en T » et « en $\pi$ » - Opération inverse



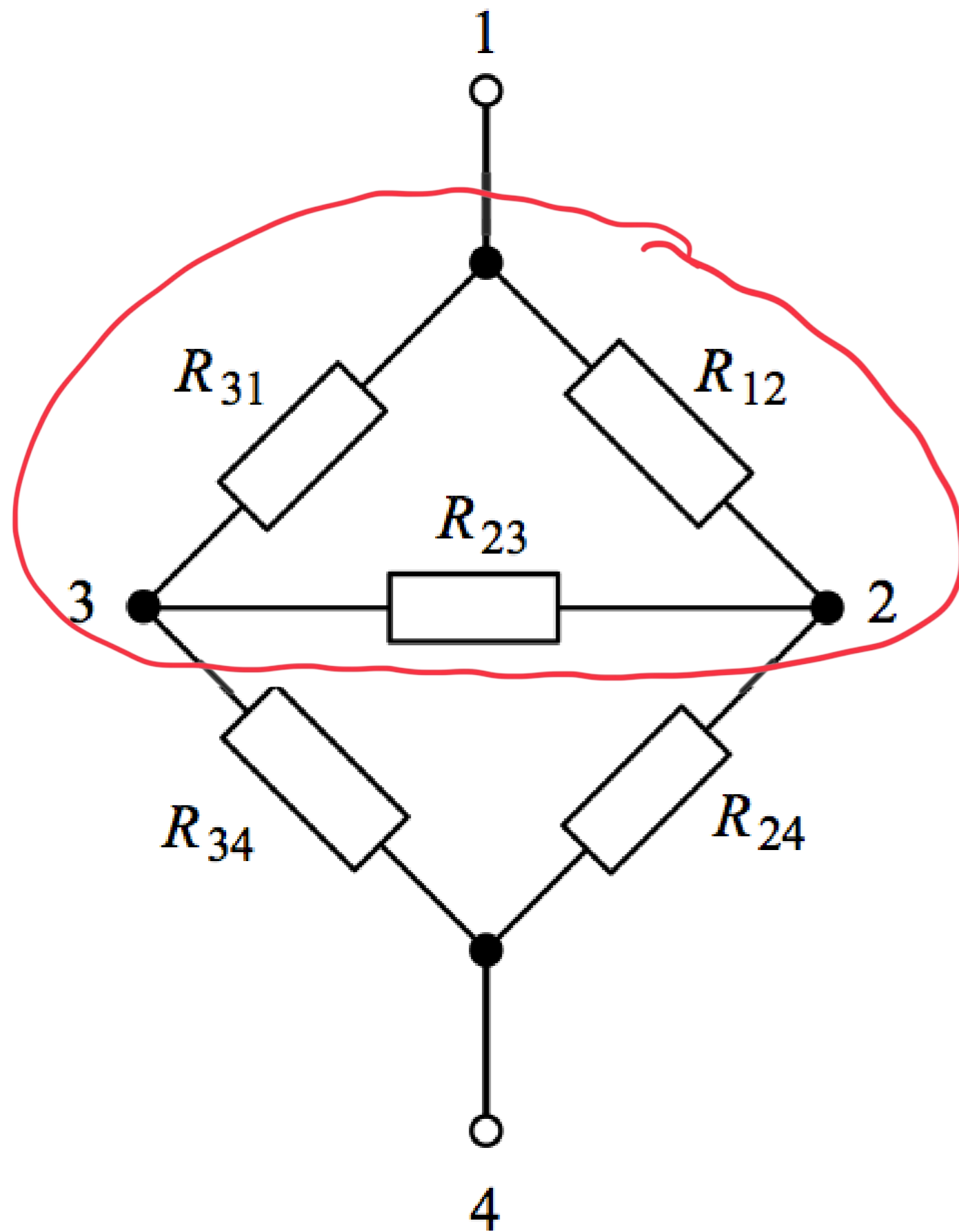
$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

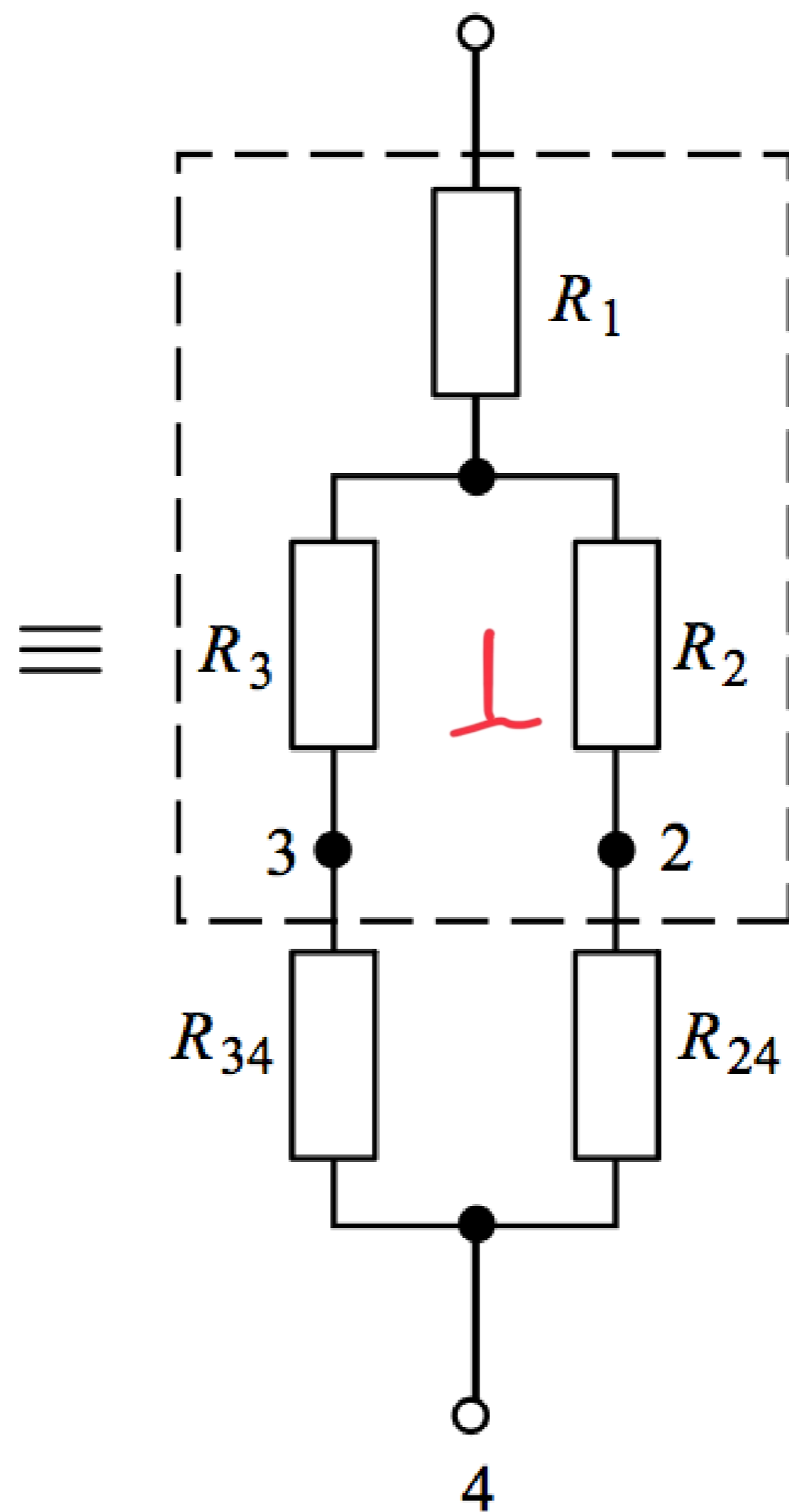
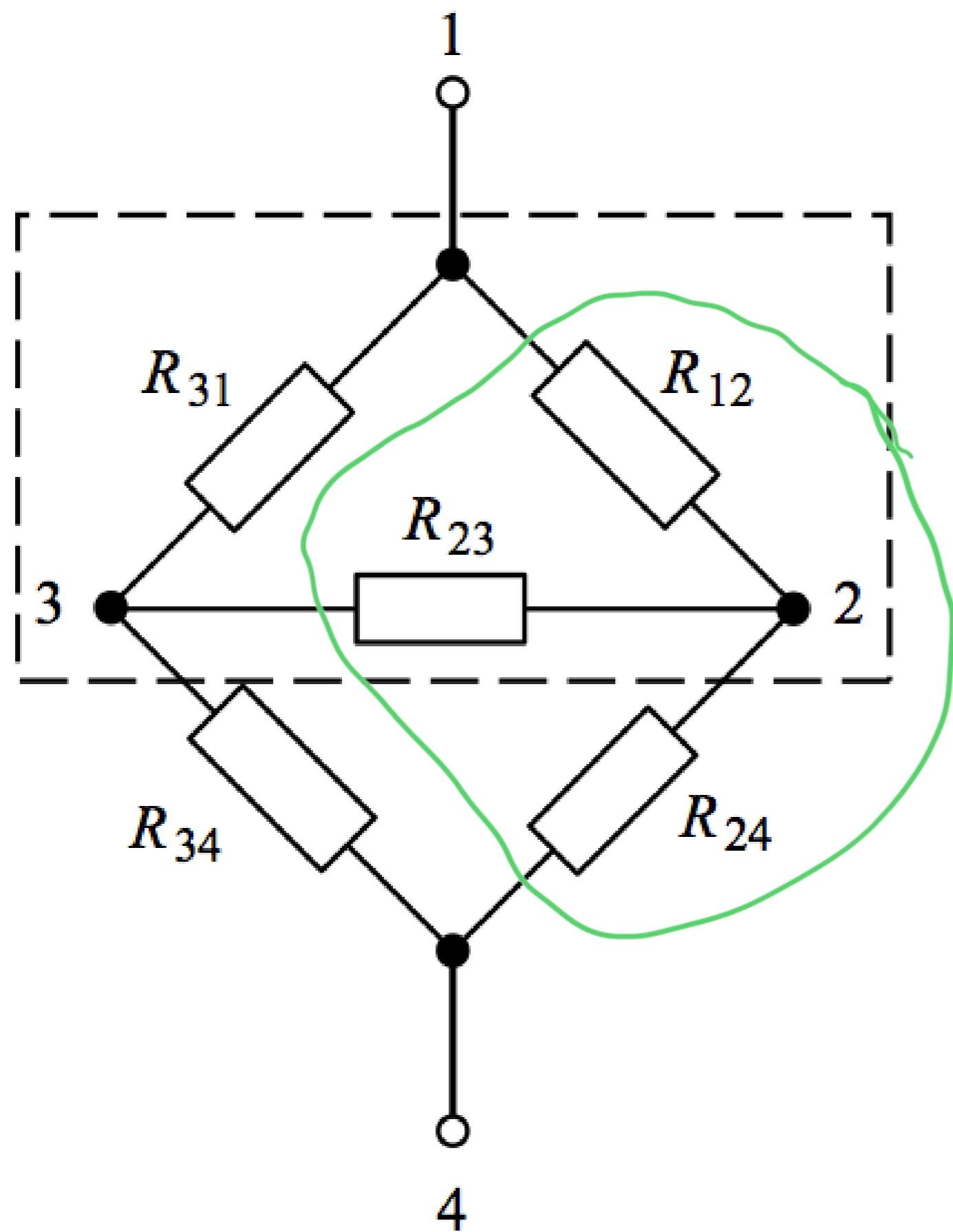
$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

$$= \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$$

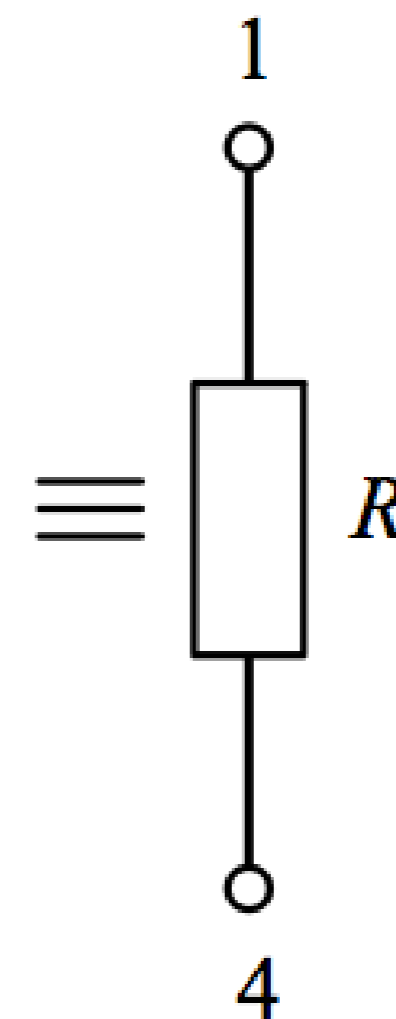
## Exemple



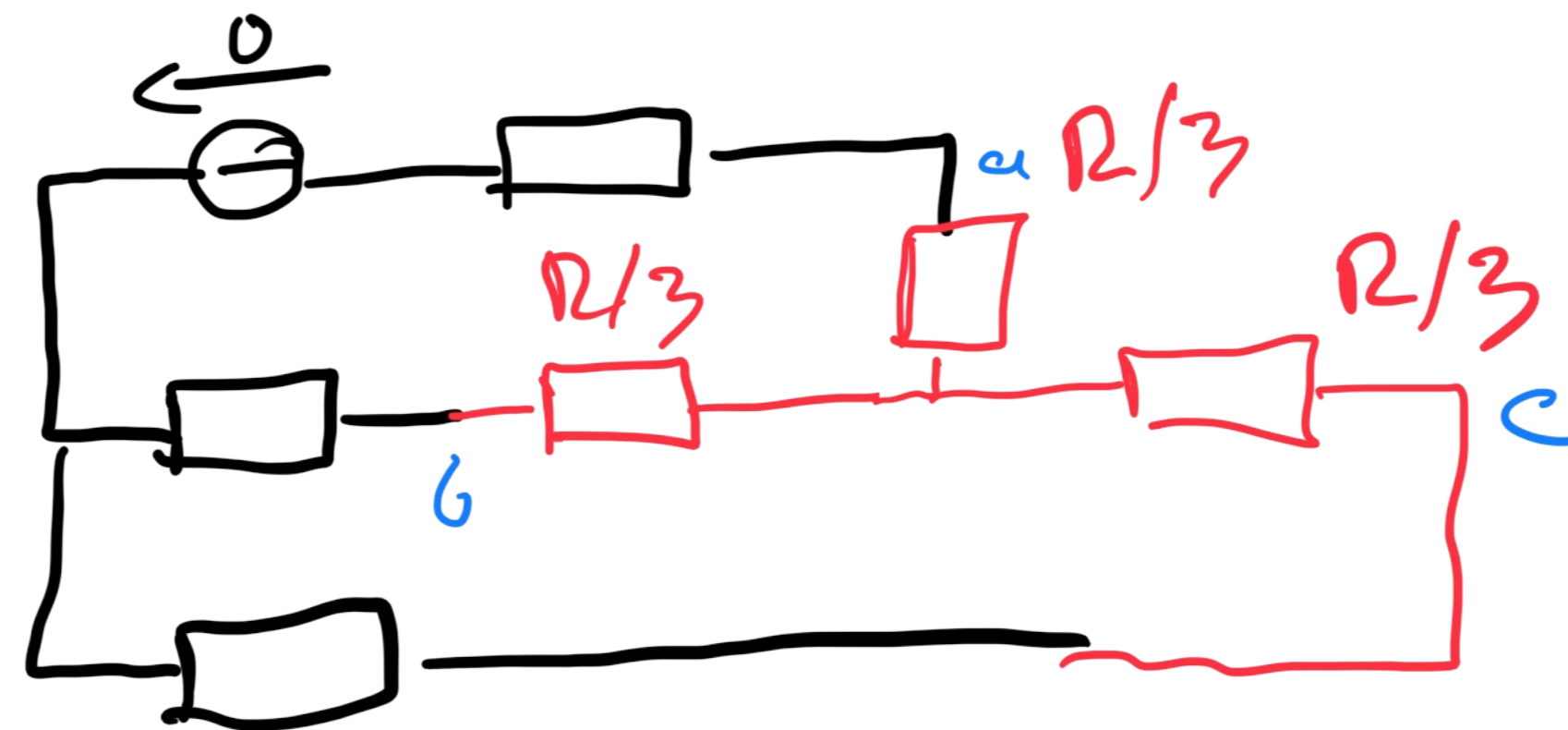
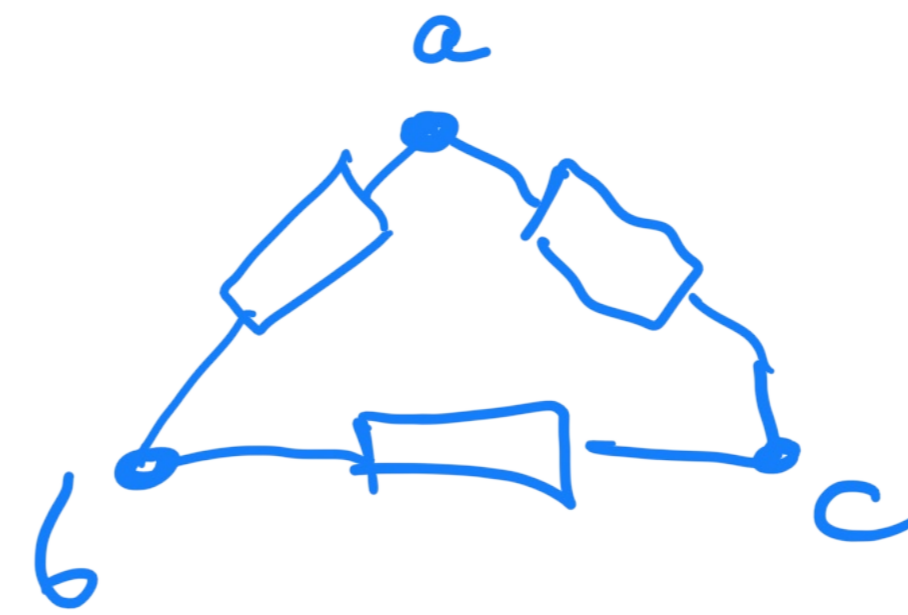
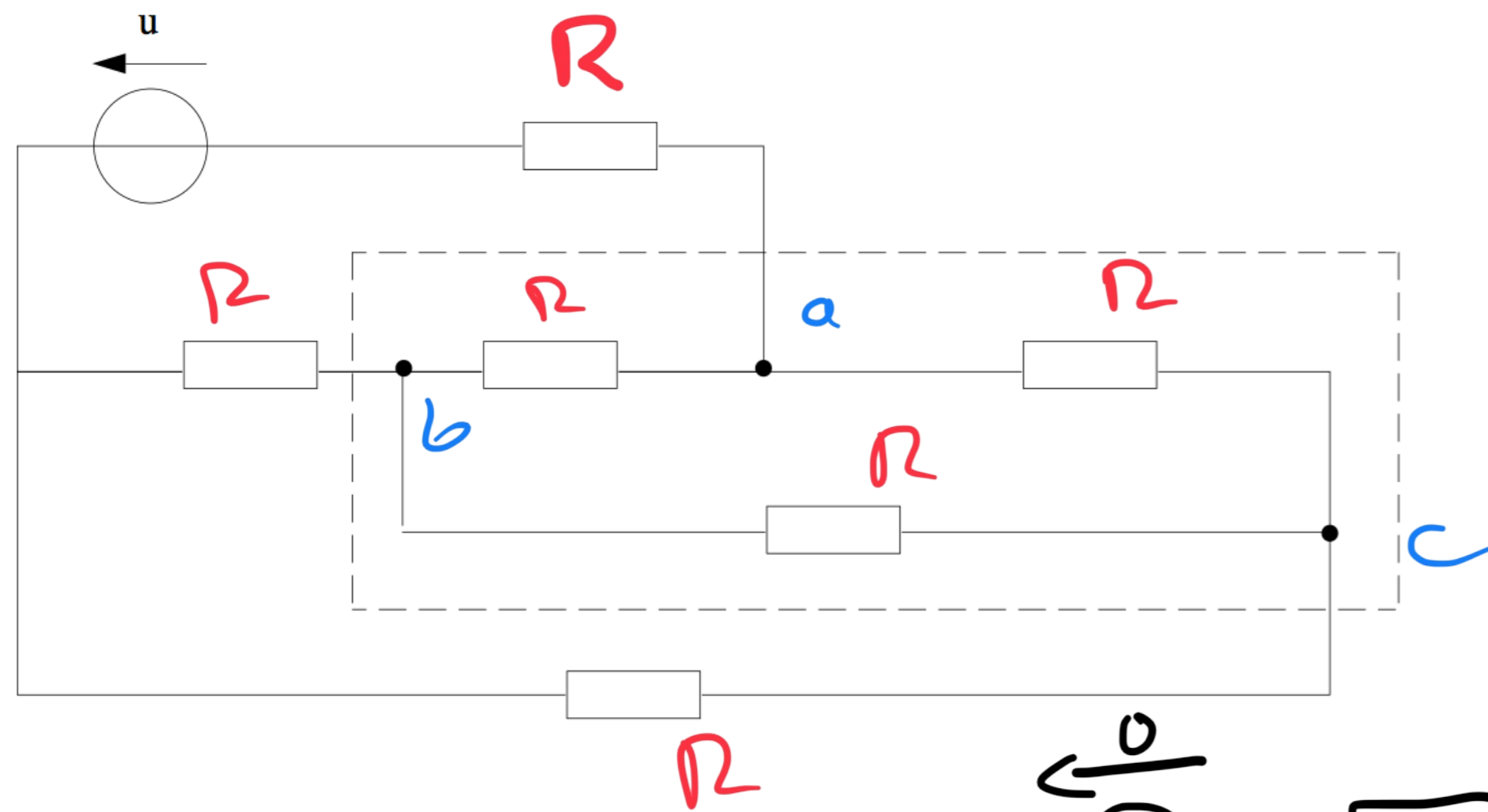
## Exemple



$$R = R_1 + \frac{(R_2 + R_{24})(R_3 + R_{34})}{R_2 + R_{24} + R_3 + R_{34}}$$



## Exemple



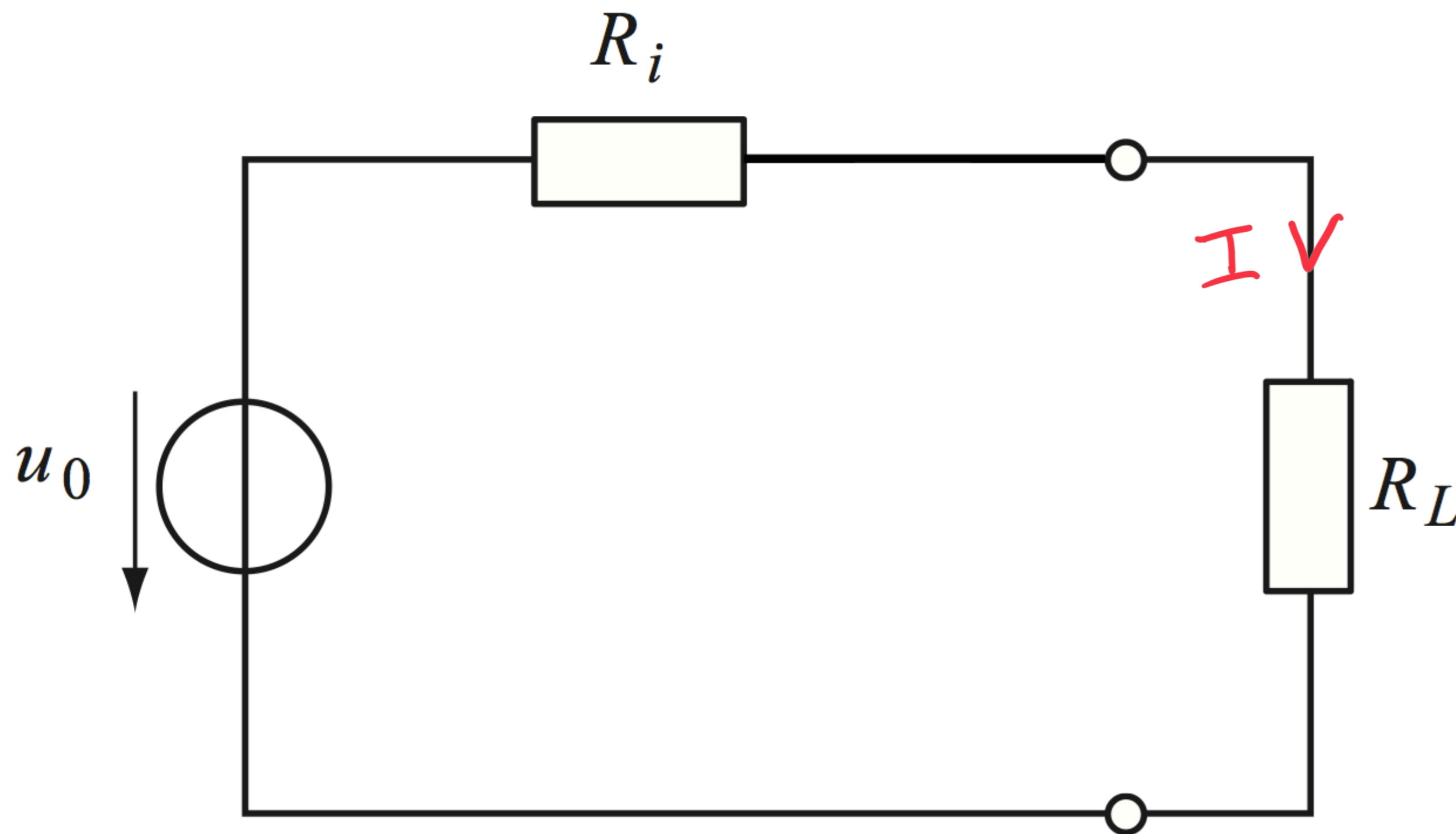
## 5.11 PUISSANCE MAXIMALE ET ADAPTATION

### Électrotechnique I

Yves PERRIARD & Yoan CIVET

Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

## Source de tension réelle – Charge – Puissance



$$P_{RL} = U_{RL} I = R_L I^2$$

$$\text{ou } I = \frac{U_0}{R_L + R_i}$$

$$\Rightarrow P_{RL} = \frac{R_L U_0^2}{(R_i + R_L)^2}$$

$R_L$  ?

pour que  $P_{RL}$  soit max.

## Puissance maximale

$$\frac{dP_{RL}}{dR_L}$$

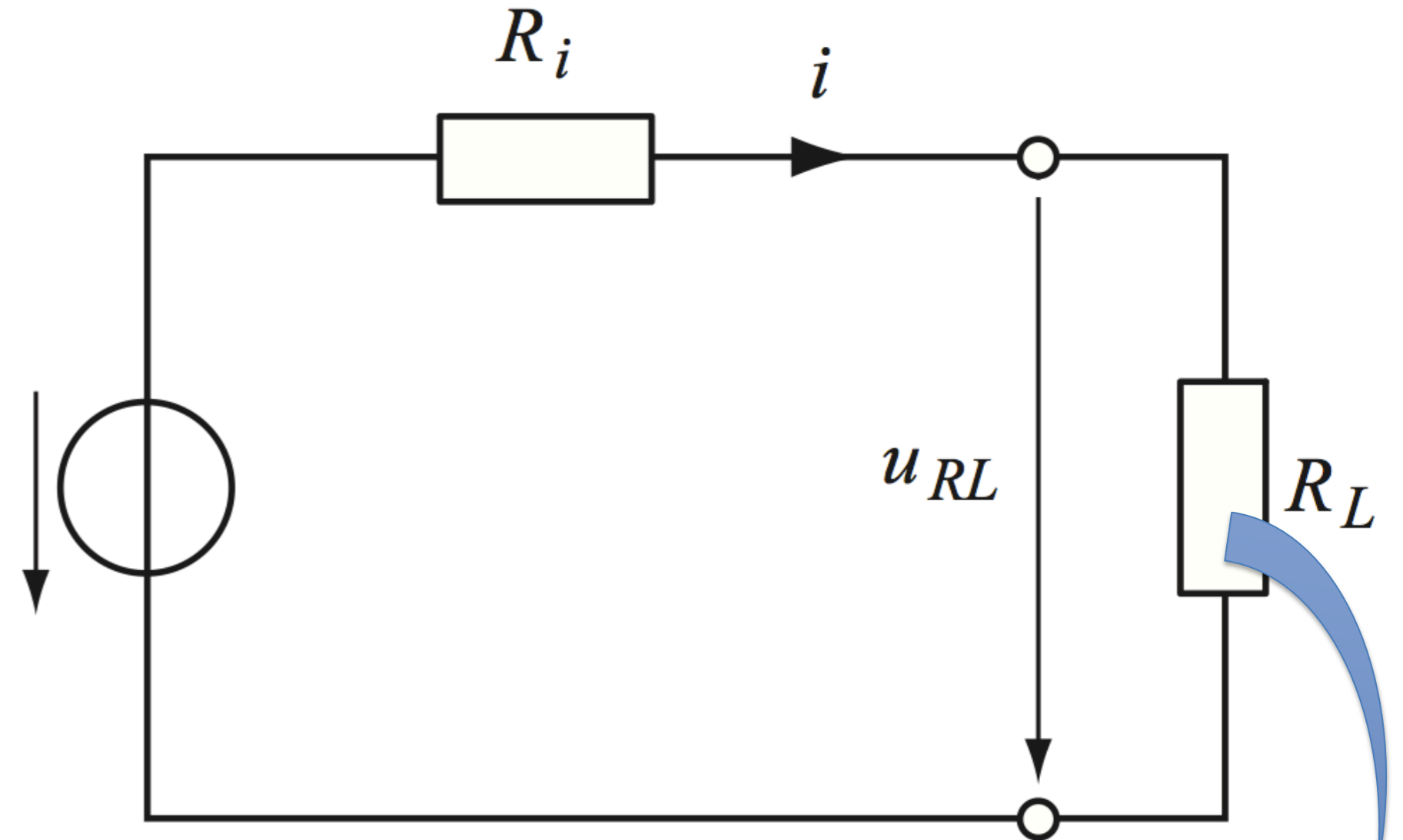
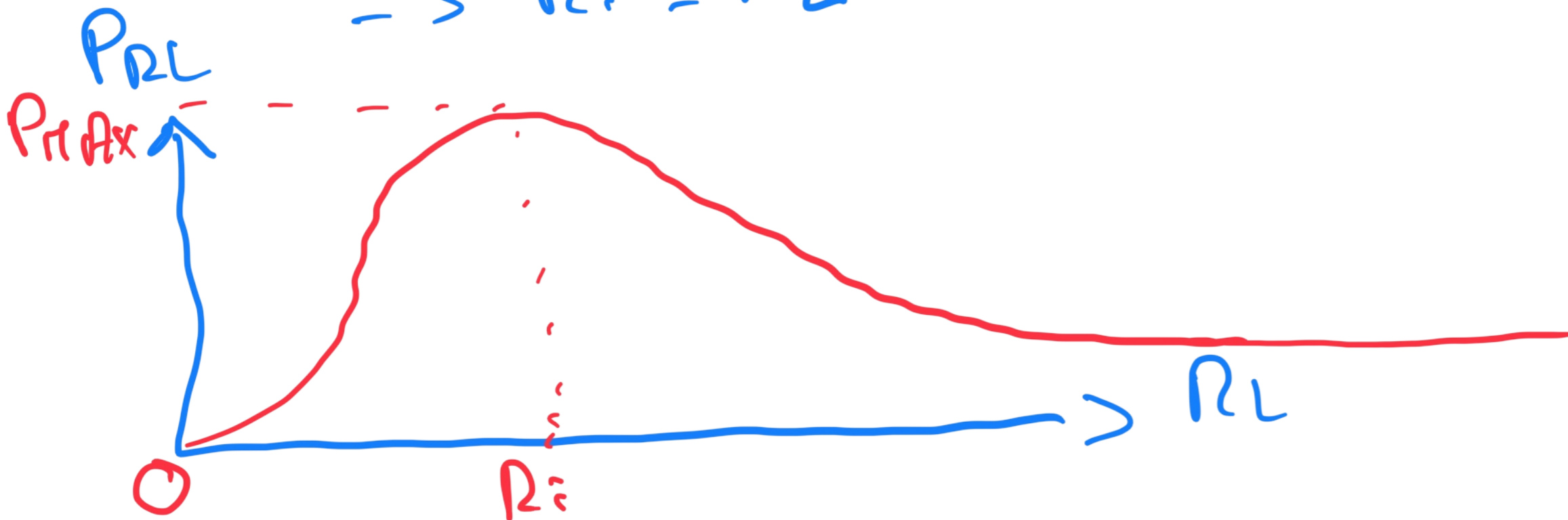
$$P_{RL} = \frac{P}{g}$$

$$\frac{dP_{RL}}{dR_L} = \frac{b'g - g'b}{g^2}$$

$$\frac{dP_{RL}}{dR_L} = \frac{U_0^2 (R_L + R_i)^2 - 2U_0^2 R_L (R_L + R_i)}{(R_L + R_i)^4} = 0$$

$$\Rightarrow R_i^2 = R_L^2$$

$$\Rightarrow R_i = R_L$$

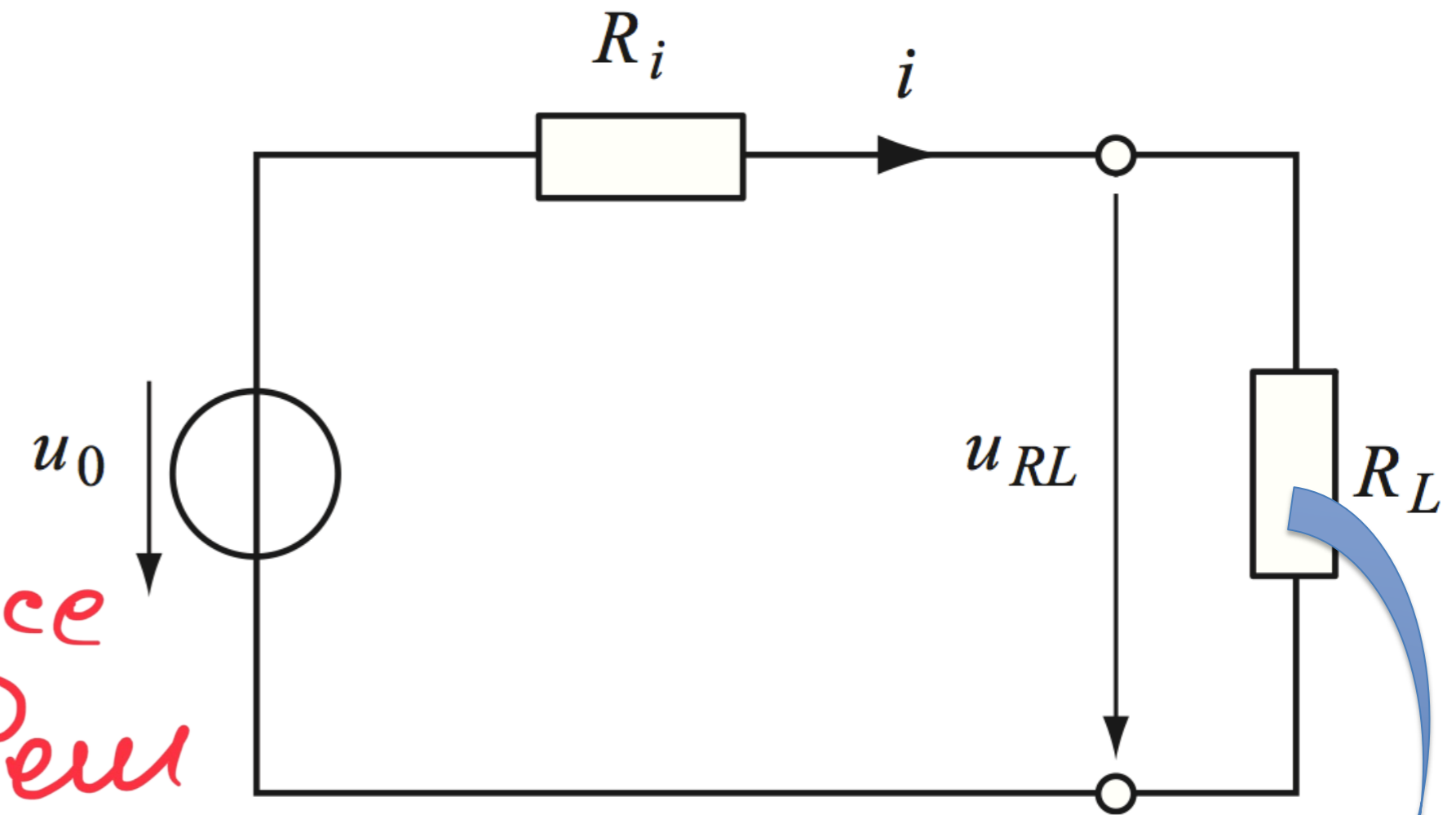


$$P_{RL} = \frac{u_0^2 R_L}{(R_L + R_i)^2}$$

## Puissance maximale

Condition :  $R_L = R_i$

La condition d'adaptation de puissance est donc réalisée lorsque la valeur de la résistance de charge et celle de la résistance interne de la source sont égales.



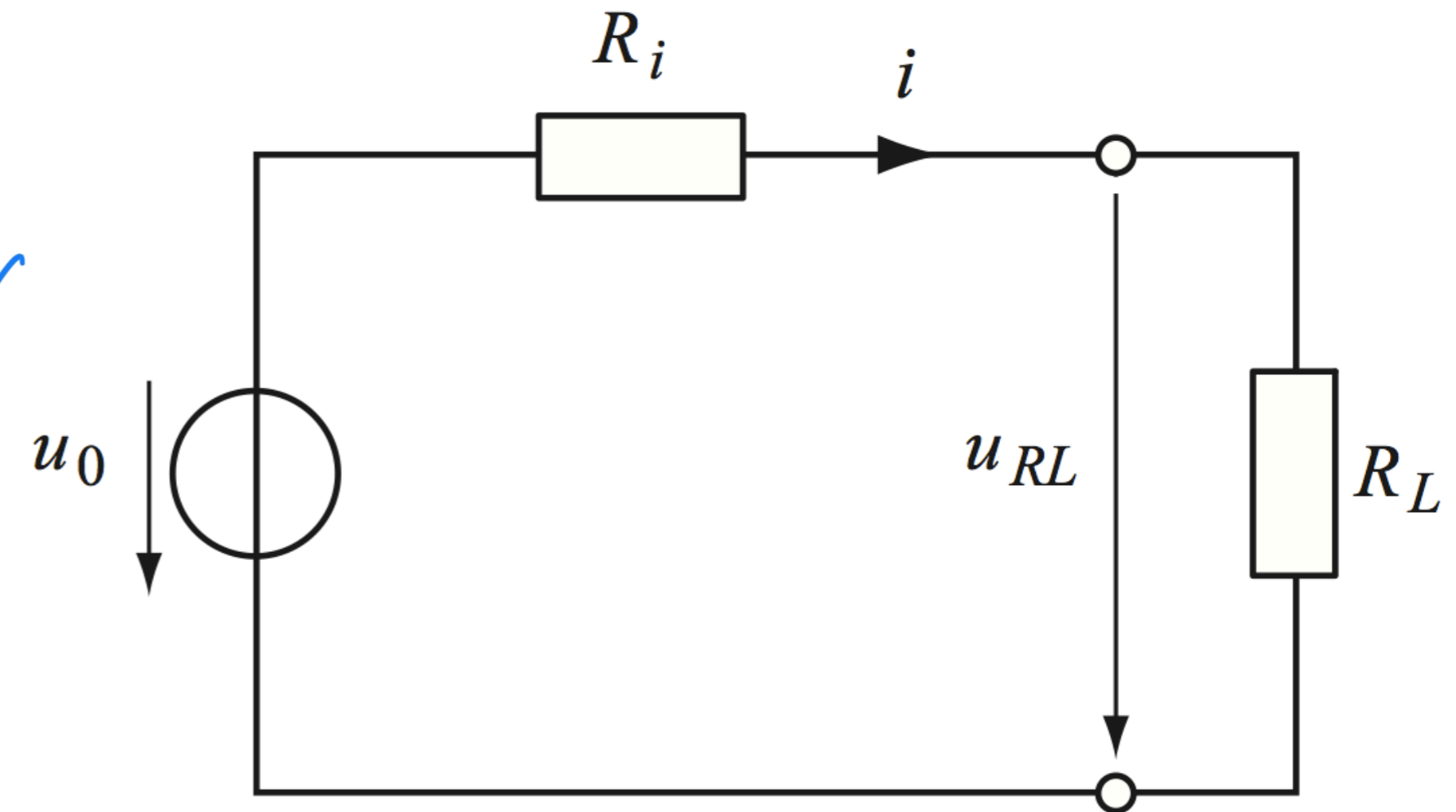
$$P_{RL} = \frac{u_0^2 R_L}{(R_L + R_i)^2}$$

## Rendement

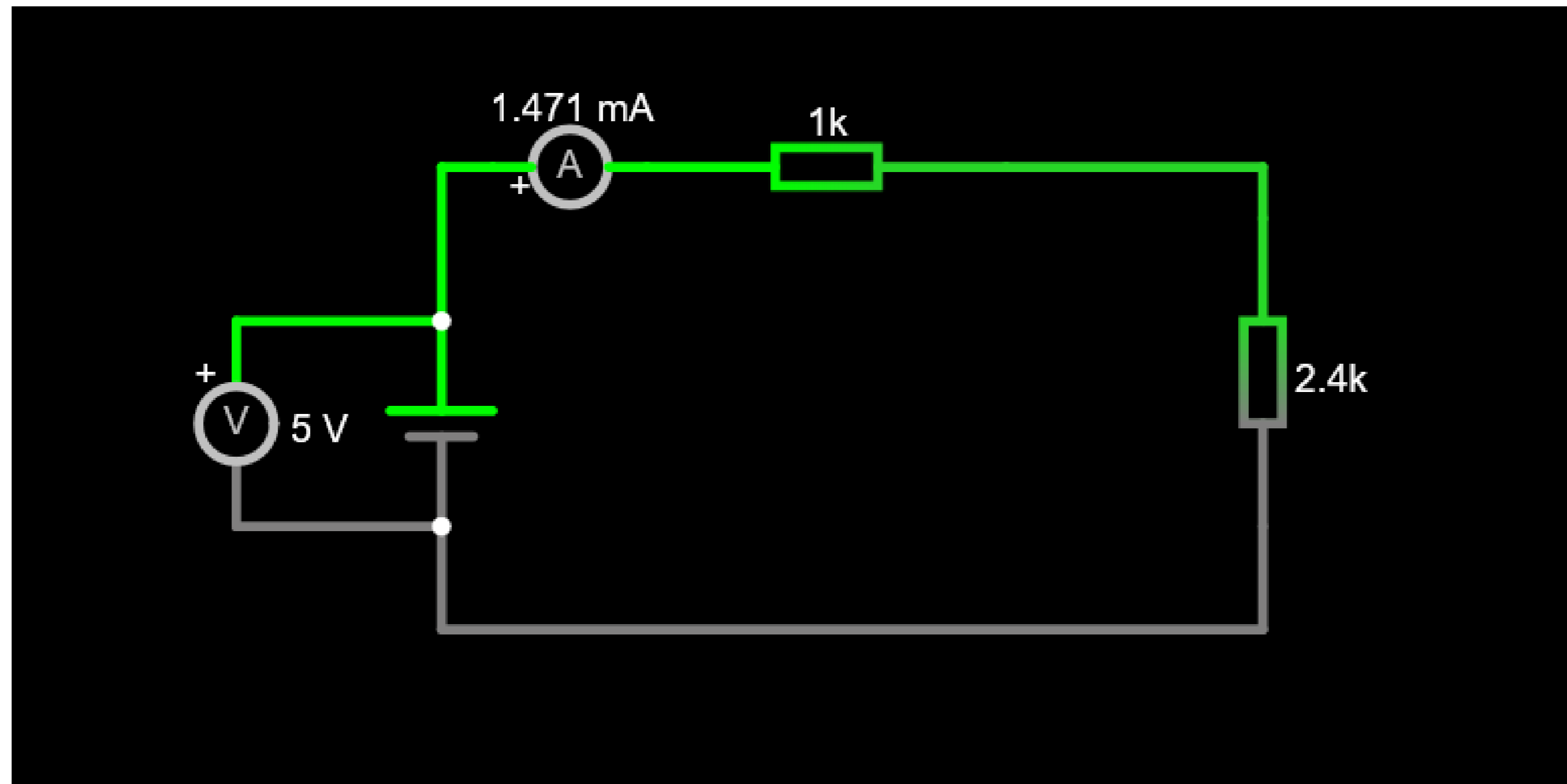
$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{consommée}}} = \frac{R_L I^2}{(R_L + R_i) I^2}$$

$$\text{Si } R_L = R_i$$

$$\eta = 0,5$$



## Simulation sous Falstad



<https://www.falstad.com/circuit/>